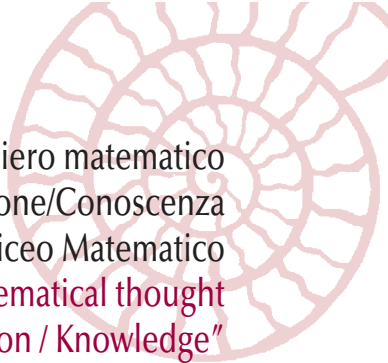


Epistemologie e didattiche  
Epistemologies and didactics





Un approccio all'epistemologia del pensiero matematico  
nell'intersezione Linguaggio/Comunicazione/Conoscenza  
nel Liceo Matematico

An Epistemology Approach to mathematical thought  
in the intersection "Language / Communication / Knowledge"  
in the Italian Math High School

---

Nicolina Pastena

Università di Salerno - npastena@unisa.it

Francesco Saverio Tortoriello

Università di Salerno - fstortoriello@unisa.it

---

**ABSTRACT**

Scientific research on the epistemological foundations of mathematical thought represents, in the panorama of scientific theorizing, one of the themes of greatest interest, both for the definition of mathematical concepts and for the cognitive-symbolic specification that follows. One of the constants of the discourse in progress is represented by the dialectic that is established between "thinking" and "knowing" where thinking becomes the generative substrate of "knowledge" and "knowledge" the structural basis of "thought". This is true both in the structuring of "basic mathematical concepts" and in the structuring of the "mathematical thinking". From this point of view, a new vision of High School, is emerging: the Math High School. Here, the learning of mathematics follows the indications of an autopoietic and generative approach, more oriented towards the acquisition of strategic skills and creative problem solving. From a methodological point of view, the Capability approach provides a significant contribution to the evolution of the discourse. In this context, every "didactic action" is transformed into an act of perturbation, capable of generating new "objects" of knowledge through an autopoietic, hermeneutic-ideational process of new worlds. Here two different forms of learning are implemented (intentional learning and deep learning) which interact in a synergistic way influencing each other in a dialectical alternation of linear didactics (objects of knowledge) and non-linear didactics (ideational processes). Therefore, there is a need to overcome the dichotomy between the humanistic culture and the scientific culture within a critical thought capable of grasping the synthesis between imagination and rationality by approving a third culture, understood as a capable strategic action to ensure equal dignity to scientific and humanistic knowledge.

La ricerca scientifica sui fondamenti epistemologici del pensiero matematico rappresenta, nel panorama della teorizzazione scientifica uno dei temi di maggiore interesse, sia per la definizione dei concetti matematici, sia per la specificazione cognitivo-simbolica che ne consegue. Una delle costanti del discorso in atto è rappresentata dalla dialettica che si instaura tra il "pensare" e il "conoscere" laddove il "pensare" diventa il substrato generativo della "conoscenza" e la "conoscenza" la base strutturale del "pensiero". Ciò è vero sia nella strutturazione dei "concetti matematici di base" e sia nella struttu-

razione del “pensiero matematico”. In quest’ottica, si fa strada una nuova idea di Liceo, il Liceo Matematico, in cui l’apprendimento della matematica segue le indicazioni di un approccio autopoietico e generativo, più proteso verso l’acquisizione di capacità strategiche e di problem solving creativo. Dal punto di vista metodologico, un contributo notevole all’evoluzione del discorso in atto lo fornisce il Capability approach. In questo contesto, ogni “azione didattica” si trasforma in un atto di perturbazione, in grado di generare nuovi “oggetti” del sapere attraverso un processo autopoietico, ermetico-ideativo di nuovi mondi. Qui si mettono in atto due diverse forme di apprendimento (apprendimento intenzionale e apprendimento profondo) che interagiscono in maniera sinergica influenzandosi vicendevolmente in un’alternanza dialettica di didattiche lineari (oggetti del sapere) e di didattiche non lineari (processi ideativi). Si profila, dunque, l’esigenza di superare la dicotomia tra la cultura umanistica e la cultura scientifica all’interno di un pensiero critico in grado di cogliere la sintesi tra immaginazione e razionalità approdando a una terza cultura, intesa come azione strategica capace di assicurare pari dignità al sapere scientifico e a quello umanistico.

#### KEYWORDS

Epistemology, Mathematical Thought, Autopoiesis, Capability Approach, Math High School.

Epistemologia, Pensiero matematico, Autopoiesi, Capability Approach, Liceo matematico.

## 1. Il linguaggio matematico tra “pensiero” e “conoscenza” nel Liceo Matematico

La riflessione sulla natura dei *principi fondanti del linguaggio matematico* e di tutte le sue derivazioni rappresenta, senza ombra di dubbio, uno dei temi più interessanti e dibattuti, sia in relazione al carattere e alla specificazione dei *concetti matematici*, sia in relazione ai presupposti *cognitivo-simbolici* che ne definiscono e ne specificano la *struttura epistemologica*.

L’ordito concettuale che caratterizza ogni discorso sulla natura e sull’essenza del linguaggio matematico e, più nello specifico sulla nascita del *pensiero matematico*, non può non partire, in linea generale, da una sostanziale riflessione sull’essenza del “pensiero” e sull’ontologia della “conoscenza”.

La costante del rapporto tra il “pensare” e il “conoscere” ha sicuramente radici antiche e risiede, fondamentalmente, in un processo di continua e reiterata ri-problematizzazione e ri-specificazione della concettualità sottesa ai due termini. Tra il “pensare” e il “conoscere” s’instaura, in sintesi, un *circuito autoreferenziale*: per dirla con Giordano Bruno “*un recupero di cose antiche che ritornano*”, continuamente ri-problematizzate, confermate e poi nuovamente disconosciute, per poi ripresentarsi sotto forma di sempre *nuova conoscenza* (Minichiello, 2014).

Questa costante interazione, dunque, tra il “pensare” e il “conoscere” determina un processo estremamente dinamico, in virtù del quale non esiste, in linea di principio, una conoscenza universale, che possa essere considerata valida per principio assoluto, ma esiste, invece, un “conoscere” che viene continuamente (all’infinito) ri-problematizzato dal “pensiero”, generando sempre nuovi e mai prima sperimentati *mondi della conoscenza*.

Il pensiero, in sintesi, è il substrato generativo della conoscenza e la conoscenza, di contro, rappresenta la base strutturale del pensiero stesso. Questo bagaglio di riferimento epistemologico ci riporta, in maniera diretta, a riflettere sulla caratterizzazione dei *concetti matematici di base* e sul meccanismo di costruzione e di evoluzione del *pensiero matematico*. Si tratta qui di considerare l'*intelligenza matematica* spaziando oltre i confini fino ad ora indagati, ponendo l'attenzione sull'*interazione pensiero/conoscenza* e sulle *strategie cognitive* che essa inevitabilmente innesca. Uno dei più grandi dilemmi, nel campo della teoria dell'educazione, infatti, riguarda proprio l'*apprendimento della matematica* e i nuovi orizzonti perscrutabili con rinnovati riferimenti teorici; un nuovo modo, in sintesi, di concepire l'apprendimento in una *prospettiva metacognitiva* insolita, capace di indagare con maggiore perspicacia i meandri del labirinto della conoscenza concernente i meccanismi di apprendimento della matematica.

Oggi, a tal proposito, assistiamo da più parti a un'accesa discussione sul carattere dei *concetti matematici di base* e sulla successione analitico - critica tra *processi* e *oggetti*.

Nasce da questi presupposti la ferma convinzione dell'esigenza di una formazione scolastica finalizzata quanto più possibile allo sviluppo da parte dell'allievo di capacità critiche in grado di potenziare, al massimo livello possibile, l'attitudine alla ricerca scientifica.

La finalità educativa prioritaria del Liceo Matematico (Capone, Rogora, Tortoriello, 2017) trova, dunque, il suo nucleo fondante nella piena consapevolezza della stretta interconnessione sinergica tra temi di *natura umanistica* e speculazioni di *natura scientifica*. In particolare, questo traguardo è perseguibile solo nell'individuazione di una struttura scolastica nella quale menti maggiormente creative (ma proprio per questo apparentemente più deboli) possano trovare spazio per sviluppare al massimo livello possibile le loro potenzialità ed esprimere la propensione alla *creatività* e all'*arte*.

Questo traguardo educativo è possibile solo ampliando lo sguardo prospettico sui principi fondanti della matematica, assimilandola, al pari della filosofia, a una forma d'arte, in grado di favorire il collegamento ai sensi e all'armonia, piuttosto che evidenziarne la semplice riduzione a descrizioni di oggetti formali di un mondo ideale.

L'idea di un Liceo Matematico, inteso in quest'ottica, è quella di recuperare e valorizzare, nella caratterizzazione del proprio *dominio strategico-progettuale*, il contributo della teoria dell'*autopoiesi* e dei percorsi *generativo-creativi*, andando oltre la mera reiterazione di principi già affermati, indagando e sperimentando la possibilità di nuovi percorsi di riflessione. Il termine *autopoietico* sta qui a significare tutto ciò che riguarda la complessa rete di processi attraverso i quali la persona realizza i propri progetti di vita in determinati *domini di azione consensuale*.

Già Anna Sfard, da uno sguardo prospettico rivolto alla matematica (Sfard, 1991) pone l'accento sulla "*alternanza dialettica*" tra "processi" e "oggetti" del pensiero matematico, anticipando, per certi versi, la *natura autopoietica* della creazione dei domini matematici, laddove in un *circuito autoreferenziale* il "pensiero" (inteso come processo) innesca una ri-problematizzazione della "conoscenza" (intesa come oggetto) dando così vita a una nuova concezione (o visione) del fenomeno indagato. Il pensiero matematico assume qui una doppia direzionalità: da un lato, assume i termini della *creatività* e dell'*arte*; dall'altro, i termini della *scientificità* e dell'*oggettualità*.

La teoria dell'autopoiesi apre dunque, in questo contesto di riflessione, nuovi orizzonti di teorizzazione dove i *processi* e gli *oggetti* della matematica assumono

una *dimensione dialettica, analitica e critica* in un'ottica *ricorsivo/generativa* capace di attivare un sofisticato meccanismo che porta a concetti (creazione di mondi) sempre più articolati e complessi. Essa fonda, infatti, le sue basi su una logica *sistemo-organizzativa* e sviluppa un approccio in cui le *unità organizzate della struttura cognitiva* (che rappresentano l'identità del soggetto) non sono percepite come un insieme di elementi con relazioni statiche, ma come sistemi in evoluzione con relazioni dinamiche di trasformazione generativa.

Comprendere il linguaggio in linea generale (e il linguaggio della matematica in particolare) è dunque sia un *atto creativo* (che deriva dal nostro know-how) sia un *atto interpretativo*, quale concezione unitaria non derivante da atti separati e sequenziali.

In questo ordine di idee è inutile, quindi, circoscrivere, settorializzare e limitare lo studio dell'allievo e il suo apprendimento solo all'analisi di una singola disciplina; d'altra parte, bisogna tenere in debita considerazione che l'educazione della matematica risente fortemente di aspetti contestuali legati sia alla sequenzialità degli argomenti trattati, sia a una serie di altre problematiche, per lo più legate ad aspetti di natura metacognitiva. Per essere creativo (e dunque, in un'ottica autopoietica, apprendere) l'alunno ha la necessità di esplorare, di tentare, di osare anche e soprattutto delle rotture che non sempre sono prive di incertezze e insidie in una società dai *contorni liquidi*, nella quale come afferma Bauman: "*Creare significa sempre infrangere una regola; seguire una regola è pura e semplice routine, non un atto di creazione*" (Bauman, 2011).

Ebbene, compito del buon insegnante è quello di accompagnare l'alunno nell'acquisizione di un sapere matematico in continua *evoluzione autopoietica* e dai *contorni liquidi*. L'idea della matematica come *scienza assoluta* e come *principio/dogma* non è più assimilabile, la storia ha confermato la fragilità e la modificabilità dei principi che ne corroborano l'essenza rendendola più umana, e, perché no, più accattivante, allo studente che non è costretto ad accettarla in maniera dogmatica. Per lungo tempo si è attribuita alla matematica l'immagine di una disciplina perfettamente coerente; oggi il mito dei principi matematici insegnati in maniera deduttiva sulla base di strutture assiomatiche, scollegate con la realtà e che l'alunno difficilmente comprende, non ha più senso.

È l'intero assetto paradigmatico che regola l'odierna società, da più parti definita "*Post Human*", che fornisce le coordinate interpretative in ordine ai processi culturali e sociali, che ne orientano l'assetto in termini di *complessità/ipercomplessità sistemica*.

Si profilano, in questa direzione, una moltitudine di riflessioni di *natura sociale* e di *governance istituzionale*. Sia l'insegnamento della matematica, sia l'*epistemologia*, che ne disciplina i percorsi progettuali in termini di *policy making*, non possono prescindere dall'analisi di un contesto più ampio che coinvolge anche il ruolo della Scuola nella Società, ruolo che, a sua volta, dipende da una serie di fattori, non ultimo anche l'assetto socio-politico-culturale che ogni Paese o Nazione si impone di adottare.

In altri termini, riconsiderare la didattica della matematica in classe è possibile solo se si affronta il problema all'interno di un contesto più ampio che necessariamente deve coinvolgere il ripensamento del rapporto esistente tra Scuola e Stato.

## 2. L'epistemologia del liceo matematico tra vecchi e nuovi paradigmi

Con l'avvento della Post-Modernità è sicuramente caduto il mito di una verità assoluta, conducendo l'interpretazione dei processi di vita sociale e culturale all'interno di un quadro concettuale caratterizzato da dinamiche *funzional-sistemiche* e *complesso-articolate* che connotano, ineludibilmente, un significativo cambio paradigmatico nella *interpretazione/conoscenza del mondo*.

È proprio alla luce di quest'ottica e all'interno di questo contesto che si afferma il concetto di *pensiero complesso*, in virtù del quale l'agire educativo assume una nuova connotazione, vestendo le dinamiche educative di una rinnovata interpretazione del *significato/senso dell'educare/istruire* e con essa un nuovo modo di intendere le dinamiche istruttive e formative. *"Il declinare la complessità in termini di politica socio-educativa qui significa, sostanzialmente, affermare che la dimensione strutturale della fenomenologia (in termini di formazione-educazione delle giovani generazioni) non è data dal numero elevato dei suoi elementi costitutivi, ma dalla quantità e dalla qualità delle relazioni attivate. Si configura, in ultima analisi, l'idea di una Paideia che vede Stato, Società, Scuola, non più prive di potere e vuote di contenuto, ma ciascuna portatrice di un proprio patrimonio da riconoscere, scambiare e far interagire, dove etica, valore e senso possano rappresentare l'espressione forte di una perseverante long life learning"* (Pastena, 2020, p. 16).

È necessario, dunque, ripensare le dinamiche educative e istruttive in un'ottica *capacitante e professionalizzante*, all'interno di una concezione del mondo dinamica e in continua trasformazione, dove nulla è assoluto e imm modificabile. In questo contesto di riflessione, è palese l'esigenza di andare oltre le consuete modalità d'interpretazione delle dinamiche sottese tra il *pensare* e il *conoscere*, tra il *pensiero in atto* e la *struttura concettuale in divenire*.

Questo assetto paradigmatico pare, però, non aver oggi realmente modificato all'atto pratico la concezione standardizzata e statica attraverso la quale si tende a interpretare la *prassi educativa*, soprattutto all'interno dei percorsi di apprendimento della matematica, per certi versi, ancora vincolata a *vecchi paradigmi* e a superate concezioni ideologiche che hanno nel tempo alimentato (e che alimentano tuttora) l'illusione che il *progresso scientifico* (fine a se stesso) possa essere portatore di benessere, insieme alla contemporanea presenza di moderni ideali di *democrazia, libertà e uguaglianza sociale*.

Sembrano essere la natura e le sue dinamiche, dunque, a costringere l'uomo a formulare concetti e ipotesi per regolare il caos che essa stessa produce e presenta e non viceversa.

Ebbene, nell'*insegnamento della matematica* si opera oggi in maniera opposta: si trascura la *parte creativa* (generativa) della disciplina intesa come insieme di tentativi nei quali anche l'*errore* (il perturbante, l'aleatorio, l'entropia di sistema) possa essere considerato e visto come un *fattore di crescita* (creativo/generativa) e di conferma di un processo di *continua ricerca* (chiusura operativa) e acquisizione di *concetti matematici* studiati (creazione di mondi) a discapito di uno studio assiomatico e rigido.

La creatività e l'intuito matematico hanno bisogno di essere stimolati, accompagnati, difesi e orientati verso il passaggio dagli *oggetti* di studio ai *processi enattivi e generativi* che mettono in circolo *dinamiche autopoietiche* e attivano percorsi di *apprendimento significativo*, uscendo da schemi di rigida predeterminazione attraverso processi di rottura non sempre privi di difficoltà.

È impressionante come poco sia mutato il sistema scolastico. La scuola persevera nel reiterare e far perdurare situazioni organizzative, logistiche e ambientali

obsolete e non contestuali. Un docente, dei primi anni del secolo scorso nell'entrare in aula oggi constaterrebbe che nulla o quasi nulla è cambiato rispetto al passato se non l'abbigliamento stravagante degli studenti e il loro non alzarsi in piedi al suo ingresso. Troverà sostanzialmente sempre la stessa cattedra, gli stessi banchi (forse non con le ruote girevoli) le stesse cartine geografiche appese al muro. L'alunno è tuttora assoggettato a vecchi *stili di insegnamento* fatti di sterili interrogazioni e obsolete procedure d'esame; permane l'impedimento dello studente nel poter interagire con i propri compagni e la standardizzata disposizione dei banchi in aula, magari con cattedra centrale sopraelevata (segno di sottomissione dell'alunno alla figura dell'insegnante) quasi sempre di dimensione maggiore rispetto alla postazione dell'alunno.

Alla luce delle mutate condizioni socio culturali, nasce così oggi forte l'esigenza di una trasformazione radicale del modo di insegnare la matematica all'interno di un contesto scolastico in grado di considerare elementi di fondamentale interesse ai fini dell'*interazione educativa* anche il *rapporto con le famiglie*, le *esigenze del mercato del lavoro*, la *formazione degli insegnanti*, il *contesto socio economico dello studente*, le *politiche culturali governative* e non ultimo la *ricerca universitaria* tesa a potenziare ed enfatizzare la figura dell'*educatore* piuttosto che quella dell'*insegnante*.

Mentre la denominazione *insegnante* fa riferimento a un'accezione semantica che rimanda alla figura di colui che fornisce agli studenti un insieme di nozioni unite a un insieme di doveri, la figura dell'*educatore* fornisce le coordinate di *significato*, di *valore* e di *senso* da attribuire all'atto dell'istruire.

L'educatore è colui che va oltre, che favorisce e stimola l'acquisizione di un processo di *elaborazione critica* della conoscenza, finalizzata a dare la possibilità a ogni alunno di esprimere la propria *creatività*, spesso repressa in ragione di una uniformità di insegnamento.

Ma, del resto che cosa è l'insegnamento se non dare la possibilità a ogni alunno di acquisire e rielaborare in maniera critica una serie di nozioni e conoscenze trasmesse dal docente? Anche l'atteggiamento e la presenza in aula non è un aspetto da tralasciare: essere educatore non solo comporta la necessità di conoscere la disciplina che si insegna ma anche l'essenzialità di essere in possesso di saperi che abbracciano diversi campi d'azione didattica in un'ottica di *interdisciplinarietà/transdisciplinarietà* utile e necessaria per affrontare il complesso mondo delle *interazioni socio-culturali* nell'epoca della *globalizzazione culturale*, figlia delle dinamiche *complesse/ipercomplesse* di una Postmodernità dai contorni sfocati.

Nasce su questi presupposti teorici l'esigenza di cercare percorsi di interazione fra le cosiddette *scienze esatte* e la *cultura umanistica* dal momento che una didattica specializzata, chiusa nel suo mondo ideale e che non postula l'esigenza di una interconnessione tra le varie discipline (afferenti ad un *campo/dominio* del sapere) offre una proposta formativa debole e insignificante con risvolti negativi sia sul piano sociale che politico (Whitehead, 1997).

Infatti, uno dei problemi più dibattuti dell'attuale società post-moderna è la caduta in verticale del principio dell'assolutezza dei fondamenti che regolano la conoscenza e all'obbligo da parte dei cittadini "[...] *all'accettazione ignorante delle decisioni di coloro che si ritiene sappiano, ma la cui intelligenza è miope, perché parcellizzata e astratta*" (Morin, 2000).

Da ciò l'esigenza di una reale evoluzione del sistema educativo, in una *visione ermeneutica/interpretativa* della conoscenza considerata in un'ottica plurale e in grado di rendere interagenti le molteplici prospettive in un gioco di complessa

reticolarità generativa e all'interno di una riorganizzazione del sistema scolastico capace di rispondere all'esigenza di una formazione olistica e integrata dell'essere umano. Infatti "[...] è la riforma di pensiero che consentirebbe il pieno impiego dell'intelligenza per rispondere a queste sfide e che permetterebbe il legame delle due culture disgiunte. Si tratta di una riforma non programmatica ma paradigmatica, poiché concerne la nostra attitudine a organizzare la conoscenza" (Morin, 2001).

### 3. Il contributo del "Capability Approach" nella comprensione dell'acquisizione delle competenze in ambito matematico.

Un contributo di fondamentale importanza all'economia del discorso in atto può sicuramente provenire dagli studi sul comportamento umano in termini di *capacitazione* o, secondo la Nussbaum di *capability approach*.

Questo input teorico parte già dalla metà degli anni Ottanta per opera di Amartya Sen nell'ambito dell'economia e delle politiche sociali, ma ben presto si afferma negli studi sui processi che caratterizzano le dinamiche culturali e sociali in termini di *well-being* e di *uguaglianza* come *opportunità* fruibile dagli individui nel proprio spazio di vita. Lo scopo precipuo che tale approccio tenta di perseguire è il miglioramento della vita di ciascuno partendo dalle proprie capacità (*capabilities*).

Uno dei presupposti di maggiore tenuta in questa prospettiva è che il *benessere bio-psico-fisico* di ognuno è fortemente subordinato alle reali capacità in termini di *agito sociale e culturale* (competenze) unitamente alle relazioni (in termini di qualità della vita) che si è in grado di mettere in atto.

Per Martha Nussbaum le *capabilities* rappresentano una componente innata dell'essere umano che va continuamente alimentata e che è in grado di alimentarsi solo all'interno di contesti significativi in grado di offrire *opportunità di scelte* all'interno di ambiti di *libertà sostanziali* (Sen, 2009).

Le *capacità innate* rappresentano, dunque, il *substrato essenziale* per lo sviluppo di *competenze più avanzate* (Nussbaum, 2013); esse necessitano di campi d'azione atti a stimolare la *creatività, l'originalità* in domini d'azione *emozionali* e nel rispetto del principio della *dignità umana* e della *libertà* di scelta.

In questo contesto di riflessione, è facile innescare la dialettica *oggetto-processo* nell'ambito della strutturazione del pensiero matematico come *capacitazione*, ossia come *opportunità o possibilità d'azione* che ogni soggetto dell'apprendimento mette in atto in *termini autopoietici* e generativi di nuovi mondi del sapere.

L'azione qui si trasforma in *perturbazione* all'interno di un circuito *autoreferenziale autopoietico* in grado di generare oggetti del sapere, mai prima ideati. La conoscenza, dunque, assume una dimensione *ermeneutico-ideativa* e *generativa di nuovi mondi* e la *perturbazione* diventa l'elemento in grado di attivare il processo (Pastena, 2016).

Attenzione particolare richiedono i *contesti capacitanti* (Liceo Matematico) in relazione alla qualità e all'espressione del potenziale di *agency capacitante* che essi sono in grado di fornire agli studenti e nei quali si generano le condizioni ottimali per favorire il pieno sviluppo delle *capacità interne*, propedeutiche per l'attivazione delle *capacità combinate*. È solo operando strategicamente sulle potenzialità di *agency capacitante* dei contesti scolastici che si è in grado di stimolare al massimo livello possibile le potenzialità di ogni soggetto rendendolo consapevole delle proprie *capacità metacognitive* (Nussbaum, 2002, p. 79).



Questa maggiore *consapevolezza metacognitiva*, generativa di opzioni di *libertà sostanziali*, fornisce al soggetto una maggiore capacità di controllo sul *pensare*, conducendo alla formazione di *strategie cognitive capacitanti*. Il controllo dei processi cognitivi e metacognitivi conduce, dunque, gli studenti verso forme di *pensiero creativo*, di *capacità critica*, di *lignaggio educativo* e di un *agito democratico* proteso verso principi di equità, di libertà e di rispetto della dignità umana.

Solo, infatti, gli studenti che avranno acquisito la capacità di organizzare i propri apprendimenti in *domini capacitanti generativi* saranno poi in grado di usare le loro *conoscenze* e le loro *competenze* nell'orientamento del proprio percorso formativo (Unterhalter, 2003).

Da qui nasce la necessità di ripensare l'implementazione di percorsi scolastici, di metodologie e strategie educativo-didattiche innovative in grado di favorire percorsi di conoscenza *capitanti e sostenibili*.

Si tratta di una rinnovata forma di *agentività* in grado di fornire un nuovo orizzonte di senso ai percorsi della Secondary and Higher Education. Questa nuova concezione pone al centro dei percorsi di formazione educazione delle giovani generazioni il *vincolo della libertà* come base essenziale di una forma di *intelligenza integrata e sociale* (Margiotta, 2019).

#### 4. Il linguaggio matematico tra soggettivazione e oggettivazione dei processi di apprendimento

Il problema da indagare quindi nella comprensione dei meccanismi che regolano l'apprendimento della matematica si delinea nell'*intersezione soggettivo-oggettivo* e nelle *dinamiche interagenti e capacitanti* che si instaurano tra i *processi di soggettivazione degli apprendimenti* e i *processi di oggettivazione* degli stessi. La prospettiva interessante di questa dimensione interpretativa si basa sul principio di *co-evoluzione* delle dinamiche che regolano i processi sia dell'apprendimento, sia dell'insegnamento, attraverso l'*individuazione/distinzione* di due modalità di rappresentazione e di espressione dei meccanismi che regolano l'apprendimento: *apprendimento di risposta* (oggetto) e *apprendimento profondo* (processo). Ogni forma di pensiero che afferisce alla sfera del *sapere umano* passa, inevitabilmente, attraverso la costante indifferenziata e continua relazione tra queste due tipologie di apprendimento (Minichiello, 1988).

Da una parte si colloca l'*innovazione* che contribuisce all'incremento costante e articolato del sapere attraverso la creazione generazione di sempre nuovi mondi (qui identificati come *nuovi oggetti della conoscenza matematica*) e, dall'altra, la *validazione dell'innovazione* in termini di *categorizzazione/riconoscimento* dei nuovi percorsi della conoscenza necessari e indispensabili per rendere il *dominio* indagato *consensuale* e socialmente fruibile.

Si attivano, in questo contesto, due forme di *responsabilità*: l'una, orientata verso la comunità scientifica che ha l'obbligo di validare e corroborare i percorsi innovativi della ricerca sul campo (nel caso specifico riferita al pensiero matematico), l'altra orientata verso i singoli soggetti che sperimentano sul campo *nuovi orizzonti conoscitivi*.

Si viene, in tal modo, a instaurare un *circolo autoreferenziale* dove l'*apprendimento non lineare* (inteso come *produzione di novità*) s'interseca con l'*addestramento* (inteso come *processo lineare*) dando vita a una *codificazione semantica* dell'innovazione in un contesto di riferimento significativo e condiviso dalla comunità scientifica di riferimento.

La dinamica che sottende, dunque, i percorsi dell'apprendimento si articola in un continuo susseguirsi e intrecciarsi di *logiche lineari* e di *sequenze non lineari*, di "conoscenze", in ultima analisi, continuamente perturbate dal "pensiero" in atto.

La perturbazione diventa, dunque, l'elemento precursore dell'*atto autopoietico della mente che genera novità* creando, all'interno di una logica non lineare, *ordine* partendo dal *disordine* (Minichiello, 1988).

Se questi rappresentano i presupposti essenziali nella caratterizzazione dei percorsi di *apprendimento della matematica* e di *strutturazione del pensiero matematico*, la domanda che sorge spontanea è riferita alla tipologia di interazione possibile tra le *dinamiche di apprendimento* e le *strategie di insegnamento*.

Generalmente, mentre l'*insegnamento* viene definito come un processo *organizzato teoricamente* ed *epistemologicamente strutturato*, che propone un sapere già definito e organizzato in concetti atti a consentire l'apprendimento secondo modalità proprie definite, l'*apprendimento* segue *logiche, strategie e finalità autonome* basate su un sapere in continua evoluzione.

Quale, dunque, l'interazione possibile tra le dinamiche che sottendono i percorsi dell'insegnamento e le logiche che giustificano i percorsi dell'apprendimento?

Facendo riferimento alla teoria della *schematizzazione tassonomica* degli *obiettivi di apprendimento* di Gagnè, il punto focale del processo risiede nel passaggio dalle *capacità umane* (innate e combinate), presenti in ogni soggetto, all'esplicitazione delle stesse in *prestazioni* attraverso le quali queste capacità si manifestano, si esprimono, sono verificabili e sono valutabili, passando attraverso le *abilità intellettuali*, le *strategie cognitive*, le *informazioni*, le *abilità fisiche* e gli *atteggiamenti* (Gagnè, 1973, pp. 60-61).

Le *abilità intellettuali* esplicitano la modalità attraverso la quale la mente gestisce e applica le *informazioni* che il soggetto dell'apprendimento acquisisce dal suo ambiente di vita. Rappresentano, in sintesi, la capacità della mente di rispondere a situazioni problematiche e di risolvere quesiti attraverso l'applicazione di *regole*, di *formule*, di *teoremi*. Le *informazioni* rappresentano, dunque, il materiale su cui si esercitano le *abilità intellettuali*.

Le *strategie cognitive* permettono al soggetto dell'apprendimento la *rimanipolazione continua* e la *ricontestualizzazione personale* di tutte le *abilità intellettuali* possedute, per approdare a una *risposta unica, originale, creativa e innovativa*, che si caratterizza in termini di personale *competenza*.

La *strategia cognitiva* è, dunque, ciò che controlla il *processo di apprendimento* e che consente al soggetto che conosce di passare dalla *comprensione del particolare* all'*ipotesi generale*. Si mette in atto, in tal modo, un processo chiamato di *abduzione*, che consiste nel formulare una *deduzione esplicita* e nell'*ipotizzare* un'*induzione* in grado di confermare una *deduzione*.

Nell'economia del discorso in atto, se ne deduce che, mentre le *abilità intellettuali* possono essere applicate a *contenuti specifici dell'apprendimento dei principi matematici* e agli *oggetti specifici del discorso matematico*, le *strategie cognitive* si riferiscono all'*apprendimento del pensiero matematico* nella sua *essenza* e viene identificato lo *stile di apprendimento* che ogni soggetto possiede in maniera innata e che è componente essenziale del proprio essere.

Siamo qui di fronte a due logiche a confronto: la prima, identificata quale *logica deduttiva*, non crea *novità*, non produce *innovazione* e fonda la sua essenza sul dato *certo* della *conoscenza*; la seconda, la *logica abduttiva* per sua stessa natura, fonda la sua essenza sulla *scoperta del nuovo*, l'*innovazione*, la *produzione di novità*, lasciando spazio all'incertezza e al cambiamento.

Entrambe le logiche (*deduttiva* e *abduttiva*) ricoprono un ruolo fondamentale e complementare nei processi di apprendimento; a esse fanno da essenziale corollario, gli *atteggiamenti*, gli *orientamenti valoriali*, le *preferenze*, le *idiosincrasie* di cui ogni essere umano è portatore.

“Le *abilità intellettuali* (che fanno capo a un *apprendimento di risposta*) possono essere apprese e insegnate, sono riferibili a *processi lineari* e rimandano a *didatti- che lineari*, le *strategie cognitive* (che fanno capo a un *apprendimento profondo*) possono essere apprese solo attraverso *didattiche non lineari* e in situazioni di *complessità sistemica* [...] Le abilità intellettuali hanno per oggetto, infatti, *contenuti/informazioni* su cui la mente può lavorare; le *strategie cognitive* si riferiscono, invece, alla *mente stessa* e al *pensiero* e hanno per oggetto il modo attraverso il quale la mente *assimila, elabora, decodifica*” (Pastena, 2016, p.933).

## 5. Il liceo matematico e la didattica enattiva

Esistono, dunque, due forme di apprendimento (*apprendimento profondo* e *apprendimento intenzionale*) che, come principio fondante, sottendono alle logiche che regolano i processi della mente (Minichiello, 2011).

Le due forme di apprendimento considerate interagiscono in maniera sinergica, influenzandosi vicendevolmente in un’alternanza di *didattiche lineari* (affendenti a un *processo intenzionale* e a una forma di *apprendimento di risposta*) e di *didatti- che non lineari* (affendenti a un contesto di risposte personali e a una forma di apprendimento profondo).

Nell’*apprendimento di risposta* convergono, in termini di procedure didattiche, tutte le strategie che gli insegnanti mettono in atto per ottenere gli esiti voluti e le modalità di accertamento dei comportamenti attraverso l’individuazione delle risposte desiderate alle prove oggettive.

Nell’*apprendimento profondo*, *ermeneutico/interpretativo* e *produttore di novità* entrano in campo componenti di imprevedibilità, di discontinuità, di *reticolarità sistemica* e di *non casualità* che implicano la capacità di predizione dell’esito stesso del processo di apprendimento in atto.

In didattica, processi di *oggettivazione dell’apprendimento* e processi di *soggettivazione dell’apprendimento* s’intersecano incessantemente, determinando il continuo passaggio dall’utilizzo di *abilità intellettuali* (soggetto in apprendimento di risposta) all’utilizzo di *strategie cognitive* (soggetto in apprendimento profondo). *Processi* e *oggetti* dell’apprendimento assumono, in quest’ambito d’azione, una *dimensione dialettica* in un’ottica *generativa* e *ricorsiva* che produce sempre nuovo pensiero e una sempre più complessa e articolata *conoscenza/competenza* (Pastena, 2016, p. 934).

Ma quale rapporto esiste tra i *domini di competenza personale* e i *domini di competenza universale* in un ambito educativo didattico? Come può, in sintesi, la scuola in generale, il liceo matematico in particolare porre in essere la sua azione educativo/didattica?

Occorrerebbe ipotizzare, a tal proposito, l’esistenza di un *metadominio di osservazione universale*, un *dominio condiviso* di *co-esistenza*, formato, essenzialmente, da *costrutti sovraordinati* da cui sarebbe poi possibile muovere ogni *azione intenzionale* della scuola. La *competenza* afferente a questi *metadomini di alto livello* è necessariamente connessa all’attivazione di *processi inferenziali complessi* all’interno di un circuito in cui interagiscono i meccanismi della *creatività* della *soggettività* della *selezione dei saperi* e della *maieutica*.

Partendo dal presupposto che ogni apprendimento è il risultato di un'azione di *accoppiamento strutturale* tra il soggetto in apprendimento (con la sua organizzazione strutturale) e il sistema mondo, costituito dall'organizzazione strutturale (meta- dominio universale) del docente, della scuola o di chi si pone in funzione *istruttivo/educativa*, l'azione *formativa* si configura come la *regolazione* del meccanismo di *apertura/chiusura* del sistema.

In altri termini, l'organizzazione della *persona-alunno* e l'organizzazione della *persona-docente* producono e ricevono vicendevolmente delle perturbazioni o serie di stimoli. L'organizzazione, che tende alla sua conservazione, al fine di salvaguardare la propria *identità*, si apre con la propria *struttura di conoscenza* agli *stimoli/perturbazioni*, li *riceve*, li *incorpora* e si richiude per regolarne le *forme costruttive e ricostruttive personali* (Maturana e Varela, 1992a, 1992b).

Se l'apprendimento è il risultato di un *accoppiamento strutturale*, è facile dedurre che tra l'alunno e il docente intercorre un reciproco *atto di valorizzazione*, fondato su un principio di natura prevalentemente *affettivo/relazionale*. Si rivoluzionano gli schemi classici e il soggetto in apprendimento allarga il proprio *ambito conoscitivo* nel momento in cui riconosce la *reciproca responsabilità* della *creazione* sia del proprio che dell'altrui *mondo*: ciò obbliga, sostanzialmente, l'uomo alla *creazione di mondi* (del sapere) di cui egli stesso è, in prima persona, responsabile.

Ogni *dominio di co-esistenza*, allora, diventa uno *spazio relazionale comune e condiviso*, all'interno di *reti di conversazioni* (metadomini universali) nelle quali, autonomamente, ogni soggetto (dell'apprendimento) si orienta.

La conseguenza di quanto affermato si concretizza nella supposizione dell'esistenza di *comportamenti culturali* sotto forma di *configurazioni comportamentali* acquisite *ontologicamente* all'interno della *dinamica culturale* di un *ambiente sociale* (anche quando questo viene interpretato come *comunità scientifica*) e che conservano la propria stabilità di generazione in generazione.

In ultima analisi, sia i *sistemi sociali* che le *comunità scientifiche*, in quanto *comunità umane*, mettono in atto forme di *chiusura operativa* attraverso l'*accoppiamento strutturale* dei suoi componenti. Ogni comunità (nel caso specifico anche la comunità scientifica afferente al sapere matematico) fonda la propria esistenza all'interno del dominio del linguaggio (matematico) sulla base di una *continua auto-organizzazione* delle sue *strutture* a difesa della propria *coerenza interna* e della propria *identità culturale*.

“Se, dunque, il binomio soggetto che apprende/soggetto (ambiente) che educa costituisce uno *spazio comunicazione* non è perché avviene una “trasmissione di informazione” da un soggetto all'altro, ma perché le due strutture interagiscono reciprocamente *riflettendo su se stesse* e chiudendosi operativamente, cioè creando un *senso* che non preesiste a questa *chiusura*” (Minichiello, 1988, p. 125).

Ecco perché, in ogni forma di apprendimento, il *linguaggio* assume un ruolo decisivo, sia come *apparato di codificazione*, sia come *strumento* di esplicitazione di una specifica *competenza*.

Da questo punto di vista, la funzione specifica del *linguaggio*, all'interno di una *comunità scientifica*, è quella di stabilire una comunicazione tra il sé (soggetto dell'apprendimento) e la dinamica interna strutturale della comunità stessa, al fine di salvaguardare la reciproca identità (personale e culturale). In questa comunicazione, la propria identità (il proprio sapere) nasce dalla conservazione di un meccanismo di *continua ricorsività descrittiva*, una *ricorsività* che, in ultima analisi, non riflette niente di dato ma crea ciò di cui è espressione (Minichiello, 1988, p.125).

Questa prospettiva teorica (una fra le tante) su alcuni dei principi fondamentali che regolano e che disciplinano i processi di apprendimento è rivolta alla costruzione della conoscenza, in senso generale, ma implica, in maniera consistente, attraverso un'analisi critico/riflessiva, l'intero impianto della *strutturazione del pensiero matematico*.

Il punto focale del discorso in atto si attesta sui meccanismi che determinano l'emergere di *nuovi oggetti della matematica*, che qui si riconoscono all'interno del *processo autopoietico di strutturazione/organizzazione* di nuovi contesti di riferimento.

Qui giocano, senza ombra di dubbio, un ruolo fondamentale i processi messi in atto dalle *strategie cognitive* della mente (attraverso la *chiusura operativa*) per l'*invenzione/creazione* di sempre nuovi *oggetti della conoscenza matematica*, consolidati e poi implementati in un circuito *autoreferenziale enattivo* attraverso l'uso delle *abilità intellettuali* e in un'ottica di *reiterata dialettica*.

Anna Sfard, anche se in un ambito di riflessione diverso ma complementare al nostro, pone all'interno di questa dialettica oltre allo "sviluppo del discorso algebrico", al "ruolo della discorsività nei numeri negativi", al "primo discorso numerico", al "discorso matematico di studenti con disabilità di apprendimento e di studenti considerati particolarmente portati per la matematica", il "discorso professionale di insegnanti di matematica della scuola superiore".

Partendo da una semplice riflessione sulle motivazioni intrinseche ed estrinseche che, nella percezione comune, rendono la *matematica* di difficile comprensione, la Sfard ha cercato di indagare al di là delle semplici giustificazioni sulla natura complessa dell'*astrazione delle regole logiche* che ne governano la struttura.

D'altro canto, la *logica complessa della matematica*, ella afferma ancora, non è la sola forma di astrazione possibile nel campo della conoscenza umana.

Interessante, nella sua analisi sul pensiero matematico, è la tesi sull'origine degli *oggetti della matematica* e il passaggio in termini di transizione dal pensiero di natura *concreto/operativa*, espresso sotto forma di processi di *interiorizzazione e condensazione*, al pensiero *strutturale*, espresso sotto forma di processo di *reifificazione* (Sfard, 2009).

## 6. Il recupero nel liceo matematico del ruolo dell'Università

Il recupero nel Liceo matematico della *componente umanistica* (Bagni, 2009) nello studio della matematica nasce, quindi, anche dalla necessità di fornire una risposta educativa efficace ed efficiente allo studio delle dinamiche che regolano i percorsi di apprendimento che ormai, come precedentemente osservato, il pensiero classico non è più in grado di gestire in maniera significativa ed esaustiva. Questo necessario e notevole sforzo profuso nel superare la dicotomia esistente tra le cosiddette *due culture* (umanistica e scientifica) (Rogora, Tortoriello, 2018) è sicuramente finalizzato al recupero di un nuovo *pensiero critico*, che possa cogliere la sintesi tra *immaginazione e razionalità*. Esso deve essere, in sintesi, in grado di fornire le coordinate strategiche per la nascita di una *terza cultura*, non intesa come la *terza via* ipotizzata da Brockman, ma come una modalità d'azione strategica, capace di assicurare *pari dignità* al *sapere scientifico* e a quello *umanistico*.

Molti intellettuali, nel tempo hanno posto l'accento sulla distonia che una concezione separata delle due culture provoca nell'evoluzione della conoscenza e del sapere. Charles Percy Snow, già nel lontano 1959, denunciava la necessità di

una ricomposizione tra la *cultura scientifica* e quella *umanistica*, postulando l'*innaturalità* di una divisione/segmentazione delle due culture. Di non poco conto anche il pensiero di Primo Levi che, riprendendo il pensiero di Charles Percy Snow, descrive la separazione tra scienze e arte come *schisi innaturale*, essendo le due culture manifestazioni diverse ma compenstrate di un'unica *cultura*, quella *umana*.

Anche Jacques Hadamard, uno dei padri delle cosiddette *teorie del caos*, ha evidenziato le palesi somiglianze tra le *fasi di creazione scientifica* e quelle di *creazione artistica*, dimostrando, con argomentazioni convincenti, come anche nella più rigorosa adesione al modello analitico di matrice scientifica, ci sia all'origine l'intuizione creativa.

In particolare, la frattura fra le due culture, accentuatasi dopo la seconda rivoluzione industriale di inizio Ottocento, è stata essenzialmente una frattura centrata sull'ideologia e sui valori. Tutti gli sforzi da parte della cultura scientifica del XX secolo di egemonizzare la vita sociale e culturale intorno a standard di benessere come prodotto unico della scienza, non solo sono miseramente falliti, ma sono stati, in alcune circostanze, complici delle peggiori atrocità nei confronti dell'intera umanità.

Si postula dunque, la nascita di una cultura olistica, capace di recepire la necessità di andare oltre i sistemi educativi del secolo scorso e di proiettarsi in un contesto di significativa interazione tra un agito centrato su uno *stile scientifico* e un agito centrato su uno *stile umanistico*.

Già il rapporto Delors della Commissione Internazionale per l'educazione nel XXI secolo andava in questa direzione, ponendo l'accento sulla *qualità* e non sulla *quantità* dello studio delle materie scientifiche e sui percorsi educativi indispensabili per l'acquisizione delle *competenze* necessarie per l'inserimento in un mondo del lavoro continua evoluzione e che richiede il possesso di notevoli capacità creative e innovative (Delors, 1997).

In particolare, fondamentale per l'individuo è la piena realizzazione di tutte le sue capacità e di tutte le sue potenzialità creative che, come afferma Nicolescu, non sempre sono incoraggiate a scuola attraverso la cooperazione tra livelli strutturati. Questo processo è attuabile solo attraverso il continuo confronto con gli altri e il ricorso a un'educazione integrale, capace di sviluppare e potenziare tutte le componenti costitutive dell'essere umano e pervenire allo sviluppo di un'intelligenza fondata sull'equilibrio tra la *componente analitica* e quella *affettiva* (Nicolescu, 2014).

Fa da cornice a questo discorso la necessità ad *apprendere a vivere insieme*, dove il vivere insieme non viene inteso come semplice sviluppo delle *capacità di confronto* con gli altri (tali da indurre a ritenere che le proprie convinzioni non sono immutabili e che la pluralità di idee può essere una risorsa e non un limite).

Tutto ciò è possibile con l'istituzione a scuola dei cosiddetti laboratori integrali (Rogora, Tortoriello, 2021), primo nucleo di forme aggregative più ampie all'interno delle quale un ruolo importante è costituito dall'Università (Scuole estive e invernali, campus estivi, utilizzo di laboratori e musei all'interno dell'Ateneo).

L'Università per la presenza al suo interno di vari Dipartimenti può essere l'ambiente ideale per lo sviluppo di una formazione interdisciplinare.

La stessa parola Università indica, tra l'altro, la nascita nel medioevo di quei luoghi finalizzati allo studio e alla ricerca dell'Universale che nel XXI secolo può essere inteso come la ricerca di un nuovo umanesimo.

Da tutti questi presupposti nasce presso l'Università di Salerno la ferma convinzione della necessità del coinvolgimento, nel progetto del Liceo matematico,

di Docenti afferenti a nove diversi Dipartimenti. Essi saranno impegnati in un lavoro sinergico e interdisciplinare di studio e di riflessione, che coinvolgerà il reciproco miglioramento dell'epistemologia disciplinare, finalizzata alla *sperimentazione* di laboratori globalmente integrali e progettati per affrontare argomenti complessi con un carattere fortemente *interdisciplinare* in una prospettiva *globale*.

## Riferimenti bibliografici

- Aristotele (2020). *Protreptico. Esortazione alla filosofia*. Firenze: Clinamen.
- Bagni, G. (2009). *Interpretazione e didattica della matematica. Una prospettiva ermeneutica*. Bologna: Pitagora.
- Bateson, G. (1997). *Verso un'ecologia della mente*. Adelphi: Milano.
- Bateson, G. (1984). *Mente e Natura*. Trad. It. Milano: Adelphi.
- Bauman Z. (2011). *Modernità Liquida*. Bari: Laterza.
- Capone R., Rogora E., & Tortoriello F. S. (2017) . La Matematica come collante culturale nell'insegnamento. *Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, 1, 2, 3, pp. 293-304.
- Delors, J. (1997). *Nell'educazione un tesoro*. Roma: Armando.
- Heidegger, M. (2016). *Domande fondamentali della Filosofia*. Milano: Mursia.
- Freud, S. (1976). L'inconscio (1915). In *Opere*, vol. VIII. Trad. It. Torino: Boringhieri.
- Gagné, R.M. (1973). *Le condizioni dell'apprendimento*. Trad. It. Roma: Armando.
- Margiotta, U. (2019). La costruzione sociale dell'insegnante. *Capability Approach e contesto professionale*. In Alessandrini, G. (a cura di). *Sostenibilità e Capability Approach*. Milano: Franco Angeli.
- Matte Blanco I. (1981). *L'inconscio come insiemi infiniti. Saggio sulla Biologia*. Torino: Einaudi.
- Maturana, H., & Varela, F., (1992a). *L'albero della conoscenza*. Milano: Garzanti.
- Maturana, H., & Varela, F., (1992b). *Macchine ed esseri viventi*. Roma: Astrolabio. Milano: Garzanti.
- Minichiello, G. (1988). *Nuova razionalità e processi educativi*. Napoli: Morano.
- Minichiello, G. (2011). *Il principio imperfezione per una pedagogia della conoscenza*. Lecce: Pensa Multimedia.
- Minichiello, G. (2014). *Pensare il conoscere*. Lecce: Pensa.
- Morin, E. (2000). *La testa ben fatta. Riforma dell'insegnamento e riforma del pensiero*. Milano: Raffaello Cortina.
- Morin, E. (2001). *I sette saperi necessari all'educazione del futuro*. Milano: Raffaello Cortina.
- Nicolescu, b. (2014). *Il manifesto della transdisciplinarietà*. Messina: Armando Siciliano.
- Nussbaum M. C. (2013). *Creare capacità*. Bologna: Il Mulino.
- Nussbaum M.C. (2002). *Giustizia sociale e dignità umana. Da individui a persone*. Bologna: Il Mulino.
- Pastena, N. (2020). *Perlocuzioni Pedagogiche*. Lecce: Pensa MultiMedia.
- Pastena, N. (2016). Le "capacità in azione" tra "apprendimento profondo" "apprendimento di risposta" e "apprendimento permanente". In Dozza, L., Ulivieri, S. (eds.). *L'Educazione Permanente a partire dalle prime età della vita*. Milano: Franco Angeli.
- Pastena, N., Minichiello, G. (2015). *Neurophenomenology and Neurophysiology of learning in education*. *Procedia – Social and Behavioral Sciences – Elsevier, Volume 174*, pp. 2368-2373.
- Pricogine, I. (1986). *Dall'essere al divenire*. Trad. It. Torino: Einaudi.
- Rogora, E., & Tortoriello, F. S. (2018) . *Matematica e cultura umanistica*. Archimede vol. 2, p. 82-88.
- Rogora, E., & Tortoriello, F. S. (2021) . *Interdisciplinarity for learning/teaching mathematics* Bolema: Boletim de Educação Matemática, n.70
- Sen, A. (2009), *Capability: Reach and Limits*. In E., Chiappero-Martinetti (ed.), *Debating Glo-*

- bal Society: Reach and Limits of the Capability Approach*. Milano: Fondazione Giacomo Feltrinelli.
- Sfard A. (1991). Sulla doppia natura delle concezioni matematiche: riflessioni su processi e oggetti come diverse facce di una stessa medaglia. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1- 36.
- Sfard A. (2009). *La psicologia del pensiero matematico*. Trento: Erickson.
- Skovsmose, O. (2004). *Critical Mathematics Education for the Future*. Denmark: Aalborg University.
- Speranza, F. (1997). *Scritti di Epistemologia della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- Whitehead, A. (1997). *La scienza e il mondo moderno*. Torino: Bollati Boringhieri.
- Unterhalter, E. (2003). The Capabilities Approach and Gender Education: An Examination of South African Complexities. *Theory and Research in Education*.
- Von Weizsacker, F. (1967). *L'immagine fisica del mondo*, trad. it. Milano: Fabbri.