



Efficacia di un intervento didattico innovativo per il potenziamento del problem solving sugli studenti di origine straniera

Effectiveness of an innovative teaching action to foster problem solving of foreign students

Valeria Di Martino

Università degli Studi di Torino

valeria.dimartino@unito.it

ABSTRACT

The aim of this research is to evaluate the effectiveness of an innovative teaching action based on evidence and on improving the problem solving skills of students in last two years of primary school with particular reference to the type of origin country.

The methodological approach of the action and the results will be discussed following to a brief overview of the theoretical framework and the adopted learning model. Regardless of the type of origin, the analysis of the results showed significant differences in the outcomes of the students involved in the research. Therefore, it contributes to define the teaching action as particularly effective and inclusive.

Obiettivo del presente contributo è valutare l'efficacia di un intervento didattico innovativo, basato su evidenze di ricerca, nel migliorare le competenze di problem solving degli studenti degli ultimi due anni di scuola primaria, con particolare riferimento alla tipologia di origine degli stessi.

Dopo una breve panoramica sul quadro teorico e sul modello di apprendimento adottato, verrà esplicitata l'impostazione metodologica alla base dell'intervento e saranno descritti i risultati. L'analisi di quest'ultimi ha evidenziato differenze significative negli esiti degli studenti che hanno partecipato alla ricerca, indipendentemente dalla tipologia di origine, e pertanto contribuisce a denotare l'intervento didattico come particolarmente efficace ed inclusivo.

KEYWORDS

Problem solving, learning mathematics, foreign students, inclusion, innovative teaching.

Problem solving, Apprendimento della matematica, Studenti stranieri, Inclusione, Didattica innovativa.

Introduzione

Indipendentemente dalla diversità culturale e linguistica, tutti i bambini hanno diritto ad un'istruzione matematica di alta qualità, che sviluppi le loro capacità di comunicazione e di soluzione dei problemi fin dall'inizio della scuola primaria.

La presente ricerca vede intrecciate problematiche urgenti ed attuali che si collegano alla necessità di individuare dei percorsi didattici innovativi che consentano di incidere positivamente sulla riuscita scolastica in matematica degli alunni di origine straniera. Alla luce dei cambiamenti determinati dai continui movimenti migratori, la scuola italiana dovrebbe superare gli approcci più folkloristici che esaltano maggiormente le differenze culturali e orientarsi, invece, verso strategie capaci di coniugare il rispetto e la valorizzazione delle culture e delle differenze con tassi più alti di rendimento scolastico.

I risultati di un'indagine condotta con prove standardizzate (Di Martino, 2015) hanno messo in evidenza il divario tra gli studenti italiani e gli studenti stranieri, in tutti gli ambiti indagati (processi cognitivi, lingua italiana, matematica) con conseguente rischio di insuccesso e abbandono scolastico. Mentre le difficoltà in ambito linguistico sono spesso evidenti e affrontate con alcuni progetti specifici (L2), le difficoltà in ambito matematico, risultano invece attenuate dai punteggi che questi studenti raggiungono nel calcolo e, in quinta, anche in esercizi riguardanti le frazioni. Da un'analisi più dettagliata dei risultati matematici si nota che il problem solving e l'argomentazione, di fatto, costituiscono le principali difficoltà matematiche degli studenti stranieri (competenze complesse anche per gli italiani) e pongono, quindi, l'esigenza di potenziare questi ambiti tenendo conto delle diversità culturali e linguistiche.

Tenendo conto dei risultati recenti della letteratura di riferimento, la presente ricerca mira a progettare, sperimentare e verificare l'efficacia di un intervento didattico innovativo, basato su strategie didattiche inclusive, che consentano un miglioramento degli esiti di apprendimento nel problem solving matematico per gli allievi del quarto e quinto anno di scuola primaria, nelle classi con alte percentuali di studenti stranieri.

1. Quadro teorico

Il problem solving ha avuto, e continua ad avere un ruolo centrale nell'apprendimento della matematica al punto che si può affermare che apprendere la matematica non implica soltanto un'acquisizione stabile e significativa di conoscenze, ma anche l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. Nell'ambito matematico l'acquisizione di questa competenza sin dai primi anni della scuola primaria viene ritenuta fondamentale, in quanto contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi aspetti di creatività, intuizione, deduzione e verifica.

Le ricerche sul problem solving in ambito psicologico e matematico hanno dato un forte impulso alle ricerche in ambito didattico che si sono concentrate, inizialmente, sulle principali difficoltà¹ riscontrate dagli studenti durante la riso-

1 Quali ad esempio scarsa familiarità delle situazioni descritte, disposizione dei problemi in serie, numero di operazioni, lunghezza del testo, numero di oggetti non familiari e di elementi non essenziali, grado di difficoltà del lessico, carenze nella padronanza

luzione dei problemi (Resnick & Ford, 1991; Loftus, Suppes, 1972; Boero, 1986; Zan, 1998), per poi soffermarsi maggiormente, negli anni più recenti, sull'individuazione delle evidenze che hanno una rilevanza per la didattica.

In quest'ottica, l'approccio della Evidence Based Education, rendendo operative, affidabili e trasferibili le ricerche su uno specifico argomento può aiutare a non essere travolti dall'eccessiva mole di dati che i motori di ricerca oggi mettono a disposizione (Calvani, 2012).

Per quanto riguarda il campo specifico del problem solving matematico, particolare rilevanza assume il lavoro svolto dall'Institute of Education Sciences' (IES) What Work Clearinghouse che, basandosi sull'analisi di una grande quantità di ricerche ha elaborato una guida (Woodward et al., 2012) basata su alcune raccomandazioni volte al miglioramento della competenza di problem solving in ambito matematico da parte di studenti di età compresa tra gli otto e i quattordici anni.

Prendendo spunto da queste raccomandazioni, si è condotto un approfondimento della letteratura di riferimento con l'intento di proporre delle indicazioni utili per la didattica del problem solving, di seguito brevemente sintetizzate.

1.1. Favorire la comprensione del testo

La comprensione del testo di un problema svolge un ruolo cruciale nel processo di problem solving, ma costituisce la principale fonte di errori per molti studenti, in modo particolare se questi ultimi non padroneggiano adeguatamente la lingua di istruzione. Alcune ricerche, pertanto, hanno indagato più nel dettaglio le relazioni tra la comprensione verbale generale e quella specifica di un testo matematico (Cummins, 1991) mettendo in evidenza il ruolo svolto dal linguaggio e dal contesto. Rispetto al primo punto, viene sottolineato l'impatto della riformulazione dei testi sulla performance degli studenti (De Corte, Verschaffel, & De Win, 1985; Boero, 1986); la relazione tra la *readability* e l'abilità di risoluzione dei problemi (Resnick & Ford, 1991); l'importanza dell'identificazione dei termini da chiarire (Schleppegrell, 2007); il ruolo positivo svolto dal "tornare" più volte sul testo del problema (Mayer & Hegarty, 1996) e della mediazione individualizzata e scritta tra insegnante e allievo durante il processo stesso di soluzione (Boero, 1986). Per quanto riguarda il ruolo del contesto, già Webb (1979) aveva individuato le dicotomie concreto/astratto, familiare/non familiare, ipotetico/reale (Goldin & Caldwell, 1979), mentre Ku e colleghi (2007) e Koedinger e Nathan (2004) sottolineano le ricadute positive che i contesti che piacciono e quelli relativi alle esperienze vissute hanno sia sulle performance degli studenti che sulla motivazione.

1.2. Favorire la rappresentazione

Le rappresentazioni grafiche aiutano gli studenti a risolvere i problemi, poiché connettono le relazioni tra le quantità del problema e le operazioni necessarie per risolverlo. Secondo diverse ricerche (Jitendra et al., 1998; Terwel, Van Oers,

za dei significati delle operazioni aritmetiche, assenza di qualsiasi riflessione critica sulla soluzione, scoperta di affinità solo apparenti e ragionamenti non corrispondenti ai calcoli.

Van Dijk, & Van den Eeden, 2009; Selke, Behr, & Voelker, 1991), gli studenti che rappresentano le informazioni matematiche del problema prima di scrivere un'equazione hanno risultati migliori nel problem solving. A tal proposito Hegarty et al. (1995) fanno notare che una rappresentazione parziale potrebbe produrre una pianificazione altrettanto parziale delle operazioni da compiere per la soluzione. Per favorire la scelta di un'adeguata forma di rappresentazione del problema, risulta utile riferirsi alle caratteristiche strutturali del problema (Ng & Lee, 2009); distinguere tra le informazioni rilevanti e irrilevanti da includere nella rappresentazione (Hegarty & Kozhevnikov, 1999) mostrando anche il processo che porta all'eliminazione dei dettagli inutili (Terwel et al. 2009) e discutere delle somiglianze e delle differenze tra le varie forme di rappresentazione (Woodward et al., 2012).

1.3. Utilizzare diverse strategie di risoluzione

Woodward et al. (2012) sottolineano che gli studenti dovrebbero essere incoraggiati a sviluppare e scoprire le loro strategie di problem solving, diventare abili nell'utilizzarle e flessibili nello sceglierle. Ciò ha delle ricadute positive sulla fiducia nella capacità di risolvere problemi in diverse situazioni, sull'abilità di ragionamento e sul miglioramento delle conoscenze procedurali.

Le ricerche, inoltre, hanno mostrato che può risultare particolarmente utile agli studenti il fornire degli esempi svolti (Rittle-Johnson & Star, 2009), la presentazione di strategie errate (ciò ha degli effetti positivi anche sullo sviluppo della persistenza), la condivisione di strategie diverse (Woodward et al., 2012; Ginsburg-Block & Fantuzzo, 1998).

1.4. Favorire il monitoraggio e la riflessione

Il monitoraggio del proprio ragionamento durante tutte le fasi del problem solving aiuta gli studenti a pensare a cosa stanno facendo e sul perché lo stanno facendo, a valutare i passi intrapresi per risolvere il problema e a connettere i nuovi concetti con quelli già conosciuti.

Per favorire il monitoraggio e la riflessione può essere utile fornire agli studenti una lista di compiti che comprenda tutte le fasi del problem solving (poi progressivamente tolta), incoraggiare gli studenti a spiegare e giustificare le loro risposte (Verschaffel et al. 1999; Hohn & Frey, 2002), sia oralmente che per iscritto (King, 1991), sia individualmente che in piccoli gruppi (Kramarski & Mevarech, 2003). King (1991) sottolinea l'importanza di assumersi la responsabilità del monitoraggio già a partire dalla risoluzione dei problemi più semplici. L'obiettivo dovrebbe dunque essere quello di far sì che gli studenti monitorino e riflettano autonomamente durante tutte le fasi di problem solving.

1.5. Favorire le interazioni tra pari

Numerose ricerche sostengono l'importanza dei pari nello sviluppo delle abilità di problem solving. Le ragioni addotte sono molteplici e tutte fanno notare il ruolo della discussione nei piccoli gruppi come uno dei meccanismi in base al quale gli studenti diventano abili nell'affrontare la complessità tipica del problem solving.

Van Boxtel et al. (2000), ad esempio, sottolineano come la risoluzione di problemi in coppia consenta l'emergere di discorsi più intensi tra gli studenti, essendo obbligati a chiarire a sé e agli altri il proprio pensiero. Light (1991) evidenzia anche la messa in atto una maggiore pianificazione e negoziazione che richiede necessariamente l'utilizzo del linguaggio per rendere i piani di soluzione più espliciti, per prendere decisioni e per interpretare i feedback dei compagni.

Inoltre, come sottolineato da Noddings (1985), l'interazione in gruppi favorisce l'apprendimento reciproco, non solo dei contenuti disciplinari, ma anche del linguaggio e delle diverse strategie utilizzate dai pari.

2. Il modello di apprendimento

L'intervento elaborato mira allo sviluppo congiunto delle competenze trasversali di problem solving e argomentazione, in classi in cui sono presenti studenti con cittadinanza non italiana. Esso vuole costituire per tutti un'occasione privilegiata per allenare al ragionamento e alla riflessione, stimolare le capacità d'intuizione e lo spirito di ricerca, abituare alla chiarezza espositiva e alla precisione del linguaggio, sviluppare le capacità logiche e di astrazione, affinare le capacità di sintesi, descrivere e matematizzare la realtà nei suoi vari aspetti e considerare criticamente informazioni e ipotesi.

In particolare, a partire dalla *narrazione* iniziale, avente lo scopo di coinvolgere dal punto di vista affettivo e motivazionale tutti gli studenti, vengono di volta in volta introdotte attività che si concentrano su alcuni aspetti specifici del *problem solving* (comprensione, rappresentazione, pianificazione, diverse strategie di soluzione, controllo e monitoraggio e problem posing).

Nell'intervento proposto è la stessa situazione problematica creata dal contesto che stimola la *comprensione*, attraverso la scoperta di relazioni, la riflessione sul significato di alcuni termini, delle operazioni matematiche, dei concetti e delle convenzioni riguardanti i simboli. L'intervento prevede anche attività con diverse forme di *rappresentazione* della situazione problema (immagini, manipolazione di materiale concreto) in modo che anche a partire dalle azioni e dalle rappresentazioni varie si possano dedurre le relazioni che incoraggiano la formulazione di ipotesi per giustificare la soluzione del problema. Agli alunni è anche richiesto un esame logico delle diverse ipotesi di risposta, l'analisi delle sequenze dei passaggi da compier in maniera ordinata le varie fasi del piano di risposta (*pianificazione*). È necessario che l'alunno sia rapido nell'individuare le fasi d'esecuzione e abile nello scegliere quelle meno faticose, più veloci e più sicure, costruendo gli algoritmi che legano i dati, descrivendo le elaborazioni da effettuare, interpretando i risultati raggiunti, estrapolandoli ed applicandoli anche a situazioni simili. L'intervento didattico si propone anche di stimolare gli alunni nel cogliere le costanti nei piani di risoluzione, formando dei modelli e dei piani di risposta più generali.

La comunicazione che si produce durante e dopo la situazione di risoluzione dei problemi aiuta gli studenti a vedere il problema sotto angoli differenti, moltiplicando i punti di vista, permettendo loro di osservare *diverse strategie di soluzione*: le più razionali, le più insolite, le più numerose. Nelle attività proposte si è cercato di promuovere lo sviluppo del pensiero creativo, ponendo gli studenti davanti a diverse strategie di soluzione di uno stesso problema, abituandoli a valutare la loro eventuale equivalenza, spingendoli ad individuare più di una soluzione quando ciò è possibile. Vedendo come gli altri si adoperano per risolvere un problema, si ha quindi la possibilità di confrontare i propri processi di ri-

flessione con quelli degli altri, e quindi *controllare e monitorare* consapevolmente le proprie strategie per renderle più efficaci. Il controllo è effettuato controllando la coerenza logica dei vari passaggi compiuti e il rispetto delle regole che consentono di trarre delle conclusioni valide in riferimento al dominio di conoscenza. Agli alunni è anche richiesto di esplicitare eventuali dubbi o, al contrario, le ragioni per cui sono sicuri dei processi mentali seguiti, facendo riferimento anche ai criteri ritenuti fondanti. Alcune attività invitano poi gli studenti a formulare problemi matematici significativi (*problem posing*) a partire da interpretazioni personali di alcune situazioni concrete, favorendo l'individuazione di concetti e procedure in contesti diversi.

Momento centrale di tutti gli incontri che costituiscono l'intervento è la discussione e l'argomentazione delle diverse strategie messe in atto, sia nel piccolo gruppo che con l'intera classe. Le attività promuovono lo sviluppo di un atteggiamento argomentativo e la progressiva abitudine a motivare, giustificare le affermazioni e le ipotesi individuali. Si tratta di attività connesse strettamente al linguaggio poiché esso è lo strumento che permette ad ognuno di confrontarsi con le proprie e altrui idee e opinioni, con le ipotesi e le deduzioni, in uno scambio continuo di ruoli. Inoltre, tali attività consentono di affinare le competenze linguistiche degli allievi. Infatti, è solo attraverso lo sforzo di rendere chiaro agli altri il proprio pensiero che si raggiunge una maggiore consapevolezza dei mezzi linguistici che si hanno a disposizione.

Lo sviluppo dell'argomentazione nelle classi multiculturali, inoltre, può consentire la condivisione di differenti ragionamenti e strategie di risoluzione, e quindi, può costituire un momento di arricchimento per tutti, italiani e stranieri.

Tutti gli incontri si concludono con una *riflessione metacognitiva* su quanto appreso, che si basa, da un lato sulla formalizzazione e generalizzazione delle nuove conoscenze e, dall'altro, anche sull'individuazione di altri contesti simili di applicazione delle stesse.

Il modello di apprendimento alla base dell'intervento didattico elaborato può essere brevemente rappresentato nella figura che segue (Figura 1).



Figura 1 - Modello di apprendimento

3. Ipotesi e disegno di ricerca

La ricerca intende verificare l'efficacia di un intervento didattico innovativo sul problem solving con studenti italiani e stranieri di quarta e quinta primaria dell'area metropolitana torinese. Si ipotizza che i soggetti italiani e stranieri coinvolti nell'intervento didattico innovativo ottengano punteggi più alti nel problem solving, rispetto a coloro che non sono stati coinvolti nell'intervento didattico.

Per verificare tale ipotesi è stato pianificato un disegno sperimentale a due gruppi: gli studenti del gruppo sperimentale sono stati sottoposti all'intervento didattico specificatamente progettato mentre le classi di controllo sono state scelte nello stesso ambiente socio-economico-culturale² con insegnanti non coinvolti in altre sperimentazioni riguardanti la didattica della matematica.

4. Descrizione del campione

La popolazione presa in esame è costituita da studenti al quarto e quinto anno di scuola primaria dell'area metropolitana di Torino. È stato effettuato un campionamento ragionato della popolazione studentesca concentrata in aree metropolitane con alto flusso migratorio. In particolare il campione è costituito da 20 classi (10 quarte e 10 quinte) di 5 istituti scolastici di Torino situati in quartieri con alto flusso migratorio per un totale di 421 studenti, di cui 160 frequentanti la classe quarta e 261 frequentanti la classe quinta.

Quasi tutti i bambini coinvolti dimostrano una conoscenza sufficiente della lingua italiana, anche se di origine straniera, e, nella maggior parte dei casi hanno frequentato la scuola dell'infanzia in Italia.

Nel campione la percentuale di studenti stranieri si attesta attorno al 46,1%. Di quest'ultimi, in particolare, il 9,3% è costituito da studenti stranieri di prima generazione, mentre la parte restante è costituita dal 36,8% da studenti stranieri di seconda generazione. All'interno della percentuale di alunni con cittadinanza italiana (53,9%) emerge la consistente presenza di studenti italiani figli di coppie miste (italiano-straniero) che costituiscono il 7,8% del campione complessivo.

Rispetto alle macro-aree territoriali di provenienza, gli studenti stranieri hanno prevalentemente origini nord-africane (35,6%), dell'Europa dell'Est (32,0%), centro africana (12,9%), asiatica (12,9%) e sud americana (3,6%). Si nota anche la presenza emergente di studenti nati in Italia, ma figli di coppie miste, i cui genitori sono di nazionalità diverse ma nessuno dei due risulta comunque essere italiano (3,6%).

5. Strumenti

La valutazione dell'intervento prevede la somministrazione di prove iniziali e finali volte a rilevare le competenze matematiche generali e quelle più specifiche del problem solving.

Le prove per classi quarte e quinte, costituite rispettivamente da 29 e 32, intendono valutare la padronanza nel problem solving in matematica, focalizzandosi sugli aspetti relativi alla *comprensione* del testo di un problema, alla sua *rap-*

2 Solitamente un'altra classe della stessa scuola o, al limite, un'altra classe di un altro plesso della stessa scuola.

presentazione, alla pianificazione di una soluzione, alle diverse strategie di soluzione e alla verifica e al monitoraggio della soluzione stessa, oltre alla capacità di porsi problemi a partire da stimoli di vario tipo.

Gli item delle prove prevedono diversi formati: a scelta multipla e a risposta aperta (breve ed estesa). Per ciascun livello scolastico è stata elaborata una prova iniziale e una prova finale, in cui la struttura dei quesiti è stata mantenuta inalterata.

Agli studenti è stato fornito tutto il tempo necessario per completare le prove, eventualmente in due sessioni, ognuna della durata massima di 75 minuti in modo da evitare che l'affaticamento e il calo dell'attenzione inficiassero il risultato della prova.

Le prove sono state analizzate secondo la Teorica Classica dei Test (TCT) e l'Item Response Theory (IRT), in particolare tramite il Modello di Rasch, ed entrambe le teorie hanno fornito dei buoni parametri in termini di indice di difficoltà, attendibilità, potere discriminante (nell'ambito della TCT) e anche in termini di stima dei parametri di *infit* e *outfit* (rispetto al modello di Rasch).

6. Esiti sulla base della tipologia di origine degli studenti

L'intervento è stato svolto nel corso dell'anno scolastico 2015/2016, nel periodo compreso tra novembre e maggio, con una cadenza di due ore settimanali, per una durata complessiva di 40 ore.

Per valutare l'efficacia dell'intervento sulle varie tipologie di studenti saranno di seguito analizzati i risultati ottenuti dai sub-campioni costituiti da alunni italiani, stranieri di I e II generazione e italiani figli di coppie miste italo-straniere.

6.1 Italiani

Gli studenti italiani del gruppo di controllo al pre-test hanno risultati complessivi maggiori rispetto agli italiani del gruppo sperimentale, tuttavia questi ultimi raggiungono punteggi maggiori nel post-test (Tabella 1).

Gruppo di ricerca		PUNTEGGIO TOTALE PRE-TEST	PUNTEGGIO TOTALE POST-TEST
controllo	Media	44,5706	43,9754
	N	89	89
	Deviazione std.	18,27139	22,27904
sperimentale	Media	40,0012	69,3254
	N	99	99
	Deviazione std.	16,25979	17,66570
Totale	Media	42,1644	57,3246
	N	188	188
	Deviazione std.	17,34613	23,62595

Tabella 1 – Medie e deviazione standard dei punteggi complessivi degli studenti italiani del gruppo sperimentale e di controllo.

Gli studenti italiani del gruppo sperimentale ottengono un progresso negli esiti complessivi pari al 29,32%, mentre gli omologhi del gruppo di controllo vanno incontro ad un leggero peggioramento negli esiti (-0,60%) (Figura 2).

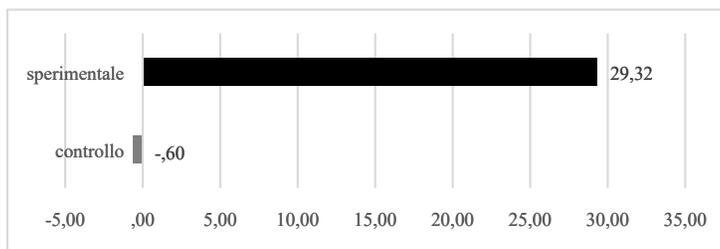


Figura 2 – Progressi complessivi degli studenti italiani nel gruppo sperimentale e nel gruppo di controllo.

Complessivamente l'effetto del miglioramento dell'intervento sugli studenti italiani del gruppo sperimentale è molto elevato, come si evince dai valori di *effect size* riportati in Tabella 2.

Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{korr} sensu Klauer (2001)
d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted ($d_{Cohen} Post - d_{Cohen} Pre$)		
-0,264	1,104	1,368	1,733	1,534

Tabella 2 – Risultati effect size studenti italiani.

Se si analizzano i singoli processi, il miglioramento del gruppo sperimentale riguarda tutti gli ambiti relativi al problem solving indagati dall'intervento didattico. Risulta elevato il punteggio relativo alla pianificazione, in modo particolare rispetto ai punteggi relativi alle diverse strategie di soluzione e alla verifica e monitoraggio, anche se questi ultimi sono pari a circa il doppio del punteggio ottenuto dagli studenti italiani del gruppo di controllo (Figura 3).

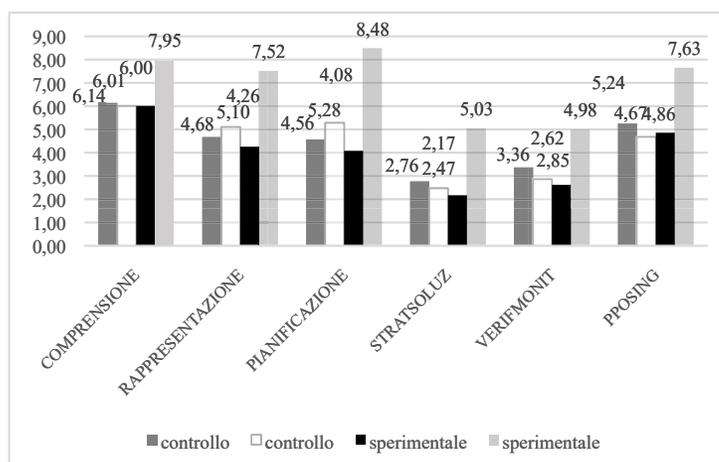


Figura 3 - Punteggi medi degli studenti italiani relativi a ciascun ambito del gruppo sperimentale e di controllo relativi al pre-test e al post-test.

Il progresso relativo alle diverse strategie di soluzione e alla verifica e moni-

toraggio risulta tuttavia maggiore rispetto alla comprensione, in cui comunque il punteggio di partenza risultava già essere elevato (Figura 4). Anche il gruppo di controllo consegue dei miglioramenti rispetto alla pianificazione (7,2%) e alla rappresentazione (4,3%) mentre il peggioramento più ampio si ha rispetto al problem posing (-5,6%).

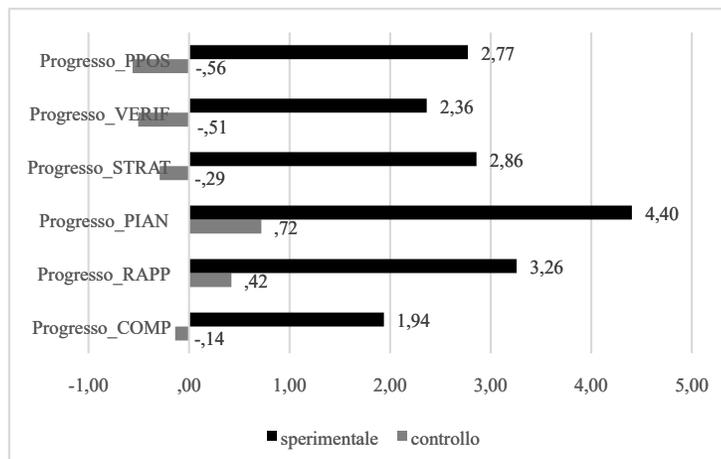


Figura 4 - Progressi degli studenti italiani del gruppo sperimentale e di controllo rispetto a comprensione, rappresentazione, pianificazione, strategie di soluzione, verifica e monitoraggio, problem posing.

L'effect size maggiore, risulta proprio quello relativo alle diverse strategie di soluzione, seguito dalla pianificazione e dalla verifica e nel monitoraggio, ambito nel quale il gruppo sperimentale partiva con uno svantaggio decisamente maggiore rispetto al gruppo di controllo. In tutti gli ambiti indagati, gli effect size risultano avere un valore di d molto elevato, compreso tra 0,9 e 1,2 (Tabella 3).

	Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{korr} sensu Klauer (2001)
	d_{Cohen}^{Pre}	d_{Cohen}^{Post}	Adjusted ($d_{Cohen}^{Post} - d_{Cohen}^{Pre}$)		
Comprensione	-0,057	0,858	0,915	0,908	0,92
Rappresentazione	-0,18	0,989	1,169	1,213	1,171
Pianificazione	-0,164	1,067	1,231	1,254	1,245
Strategie di soluzione	-0,288	0,956	1,244	1,54	1,224
Verifica e Monitoraggio	-0,351	0,872	1,223	1,363	1,22
Problem Posing	-0,133	1,065	1,198	1,165	1,204

Tabella 3 – Effect size degli studenti italiani riferiti a ciascun ambito indagato.

6.2. Stranieri di I generazione

Gli studenti stranieri di I generazione conseguono nel pre-test lo stesso punteggio (34,32) sia nel gruppo sperimentale, che nel gruppo di controllo (Tabella 4). Dunque le condizioni di partenza dei due gruppi sono equivalenti.

Gruppo di ricerca		PUNTEGGIO TOTALE PRE-TEST	PUNTEGGIO TOTALE POST-TEST
controllo	Media	34,3188	32,6720
	N	18	18
	Deviazione std.	12,58530	18,42067
sperimentale	Media	34,3155	65,6429
	N	20	20
	Deviazione std.	18,17679	18,76877
Totale	Media	34,3170	50,0251
	N	38	38
	Deviazione std.	15,57037	24,80202

Tabella 4 - Medie e deviazione standard dei punteggi complessivi degli studenti stranieri di I generazione del gruppo sperimentale e di controllo.

Nel post-test, tuttavia, si assiste ad un peggioramento di circa 2 punti percentuali nel gruppo di controllo e ad un miglioramento di circa 30 punti percentuali nel gruppo sperimentale (Figura 5).

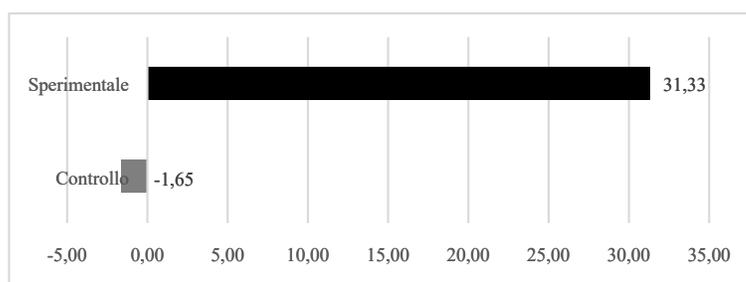


Figura 5 - Progressi complessivi degli studenti stranieri di I generazione nel gruppo sperimentale e nel gruppo di controllo.

Complessivamente l'effetto del miglioramento dell'intervento sugli studenti stranieri è molto elevato, come si può dedurre dai d di Cohen riportati in Tabella 5.

Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppe2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{korr} sensu Klauer (2001)
d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted $(d_{Cohen} Post - d_{Cohen} Pre)$		
--0,001	1,773	1,774	2,073	1,772

Tabella 5 - Risultati effect size studenti stranieri di I generazione.

Se si analizzano i singoli ambiti del problem solving su cui si è incentrati l'intervento, si può notare come gli studenti stranieri di I generazione conseguono dei punteggi molto alti e superiori al gruppo di controllo in ciascun ambito. I punteggi del gruppo di controllo nel post-test, invece, si discostano di poco, sia in positivo che in negativo, dai punteggi del pre-test (Figura 6).

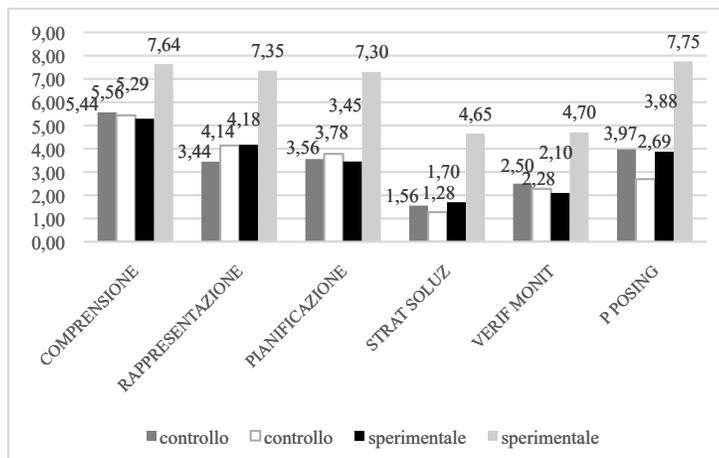


Figura 6 - Punteggi medi relativi a ciascun ambito degli studenti stranieri di I generazione del gruppo sperimentale e di controllo relativi al pre-test e al post-test.

Il gruppo sperimentale consegue il progresso maggiore nel problem posing (38,8%), ambito in cui il gruppo di controllo consegue invece il peggioramento più ampio (-12,8%). Quest'ultimo gruppo tuttavia consegue anch'esso dei miglioramenti nella rappresentazione (6,9%), e seppur più lievi, nella pianificazione (2,2%) (Figura 7).

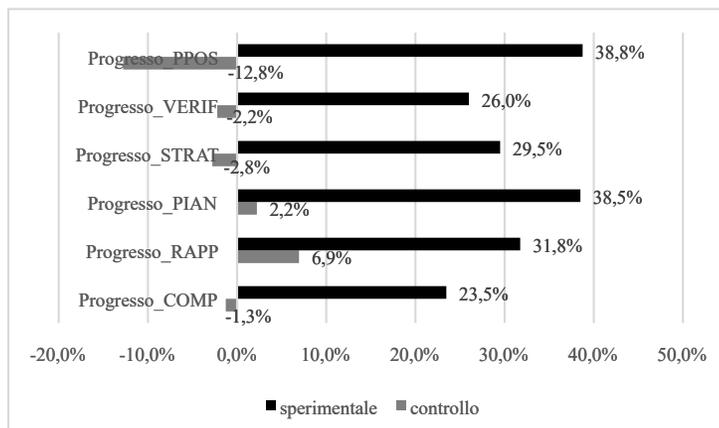


Figura 7 - Progressi degli studenti stranieri di I generazione del gruppo sperimentale e di controllo rispetto a comprensione, rappresentazione, pianificazione, strategie di soluzione, verifica e monitoraggio, problem posing.

Come si può notare dalla Tabella 6, nonostante gli studenti stranieri di I generazione del gruppo sperimentale partissero da una condizione di svantaggio nella comprensione, verifica e monitoraggio, e in maniera molto più lieve, anche rispetto alla pianificazione e al problem posing, l'effetto del miglioramento è molto elevato in tutti gli ambiti e, nel problem posing il d di Cohen supera addirittura il valore di 2,2.

	Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{korr} sensu Klauer (2001)
	d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted ($d_{Cohen}^{Post} - d_{Cohen}^{Pre}$)		
Comprensione	-0,117	0,998	1,115	1,061	1,115
Rappresentazione	0,336	1,423	1,087	1,115	1,085
Pianificazione	-0,038	1,046	1,084	1,255	1,09
Strategie di soluzione	0,081	1,366	1,285	1,87	1,262
Verifica e Monitoraggio	-0,192	0,972	1,164	1,197	0,959
Problem Posing	-0,029	2,219	2,248	1,616	2,25

Tabella 6 – Effect size degli studenti stranieri di I generazione relativi a ciascun ambito indagato.

7.3. Stranieri di II generazione

Il sub-campione è costituito complessivamente da 157 studenti di II generazione, di cui 84 nel gruppo di controllo e 73 nel gruppo sperimentale.

Come si può evincere dalle medie riportate in Tabella 7, nel pre-test il gruppo sperimentale consegue dei risultati più bassi rispetto al gruppo di controllo, mentre nel post-test è lo stesso gruppo sperimentale a conseguire dei risultati più alti rispetto al gruppo di controllo.

Gruppo di ricerca		PUNTEGGIO TOTALE PRE-TEST	PUNTEGGIO TOTALE POST-TEST
controllo	Media	40,8773	41,3407
	N	84	84
	Deviazione std.	17,44127	20,81626
sperimentale	Media	34,9821	63,6210
	N	73	73
	Deviazione std.	14,64167	18,23529
Totale	Media	38,1362	51,7003
	N	157	157
	Deviazione std.	16,41627	22,54563

Tabella 7 - Medie e deviazione standard dei punteggi complessivi degli studenti stranieri di I generazione del gruppo sperimentale e di controllo.

Ciò è confermato anche dai valori del d di Cohen che risulta negativo al pre-test ($d=-0,307$) e positivo ed elevato al post-test ($d=1,138$) (Tabella 8).

Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{korr} sensu Klauer (2001)
d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted (d_{Cohen} Post - d_{Cohen} Pre)		
-0,307	1,138	1,445	1,737	1,497

Tabella 8- Risultati effect size punteggio complessivo studenti stranieri di II generazione.

Osservando più nel dettaglio i punteggi medi dei singoli processi del problem solving, si può osservare come nel post-test essi siano migliori per il gruppo sperimentale in tutti i processi (Figura 8).

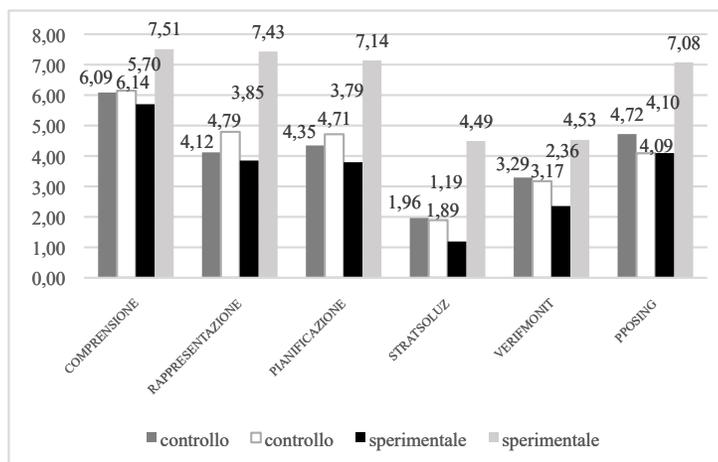


Figura 8 - Punteggi medi degli studenti stranieri di II generazione relativi a ciascun ambito del gruppo sperimentale e di controllo relativi al pre-test e al post-test.

Come si evince dalla Figura 9, gli studenti stranieri di II generazione sia del gruppo sperimentale che di controllo ottengono il loro progresso maggiore nella rappresentazione e nella pianificazione. Tuttavia, gli studenti del gruppo di controllo peggiorano notevolmente nel problem posing (-6,3%), laddove invece gli studenti del gruppo sperimentale ottengono un progresso consistente (29,8%).

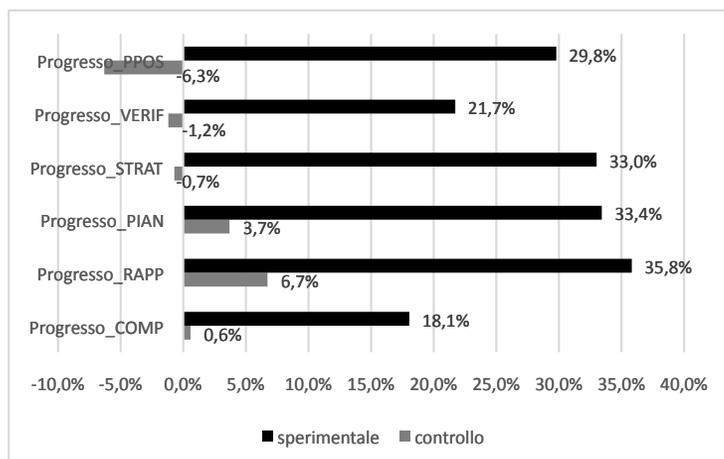


Figura 9 - Progressi degli studenti stranieri di II generazione del gruppo sperimentale e di controllo rispetto a comprensione, rappresentazione, pianificazione, strategie di soluzione, verifica e monitoraggio, problem posing.

Dall'analisi degli effect size relativi a ciascun ambito (Tabella 9) si evince che la condizione di svantaggio iniziale del gruppo sperimentale è estesa a tutti gli ambiti, in modo particolare rispetto alle diverse strategie di soluzione ($d_{pre} = -0,445$). Tuttavia è proprio in questo ambito che l'intervento messo in atto ha degli effetti maggiori sugli studenti stranieri di II generazione ($d_{adjusted} = 1,626$).

	Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{korr} sensu Klauer (2001)
	d_{Cohen}^{Pre}	d_{Cohen}^{Post}	Adjusted ($d_{Cohen}^{Post} - d_{Cohen}^{Pre}$)		
Comprensione	-0,183	0,545	0,728	0,824	0,727
Rappresentazione	-0,127	1,239	1,366	1,554	1,422
Pianificazione	-0,183	0,756	0,939	0,968	0,931
Strategie di soluzione	-0,455	1,171	1,626	1,964	1,632
Verifica e Monitoraggio	-0,451	0,552	1,003	1,102	0,999
Problem Posing	-0,207	1,036	1,243	1,199	1,242

Tabella 9 - Effect size degli studenti stranieri di II generazione relativi a ciascun ambito indagato.

6.4. Figli di coppie miste italo-straniere

Nella scuola italiana negli ultimi anni si sta assistendo all'aumento consistente della percentuale di presenza di studenti italiani, ma figli di coppie miste italo-straniere. Pur trattandosi di studenti italiani, ai fini della ricerca, si è deciso di considerare separatamente questa tipologia di studenti a causa della particolare condizione di bilinguismo di cui spesso sono portatori.

Nel campione complessivo sono presenti in totale 33 studenti stranieri figli di coppie miste italo straniere, di cui 15 nel gruppo di controllo e 18 nel gruppo sperimentale.

Gli studenti figli di coppie miste italo straniere del gruppo di controllo ottengono un punteggio leggermente superiore rispetto ai loro omologhi del gruppo sperimentale (Tabella 10).

Gruppo di ricerca		PUNTEGGIO TOTALE PRE-TEST	PUNTEGGIO TOTALE POST-TEST
controllo	Media	41,6825	37,4762
	N	15	15
	Deviazione std.	15,71002	19,82171
sperimentale	Media	39,4709	64,3849
	N	18	18
	Deviazione std.	16,09174	16,18003
Totale	Media	40,4762	52,1537
	N	33	33
	Deviazione std.	15,70961	22,27343

Tabella 10 - Medie e deviazione standard dei punteggi complessivi degli studenti figli di coppie miste italo-straniere del gruppo sperimentale e di controllo.

Nel post-test tuttavia la situazione si ribalta a favore degli studenti del gruppo sperimentale, che conseguono risultati significativamente più alti rispetto ai loro omologhi del gruppo di controllo. Questo ribaltamento è confermato anche dai valori dell'effect size. Il d di Cohen risulta infatti negativo nel pre-test ed estremamente positivo nel post-test (Tabella 11).

Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{Korr} sensu Klauer (2001)
d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted (d_{Cohen} Post - d_{Cohen} Pre)		
-0,139	1,487	1,611	1,813	1,641

Tabella 11 - Risultati effect size punteggio complessivo studenti figli di coppie miste italo-straniere.

Se si considerano i singoli processi più nel dettaglio, si nota che il gruppo sperimentale ottiene punteggi maggiori sia rispetto al pre-test che rispetto al post-test del gruppo di controllo in tutti gli ambiti indagati (Figura 10).

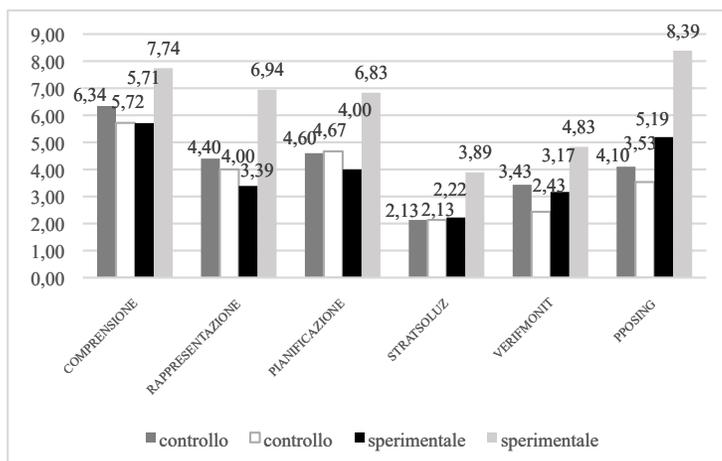


Figura 10 - Punteggi medi degli studenti stranieri figli di coppie miste italo-straniere relativi a ciascun ambito del gruppo sperimentale e di controllo relativi al pre-test e al post-test.

in questo caso per gli studenti figli di coppie miste italo-straniere del gruppo sperimentale il progresso maggiore è relativo alla rappresentazione, mentre nel gruppo di controllo si assiste solo ad un lieve miglioramento nella pianificazione, il punteggio rimane pressoché invariato rispetto alle strategie di soluzione e peggiora nei rimanenti ambiti (Figura 11).

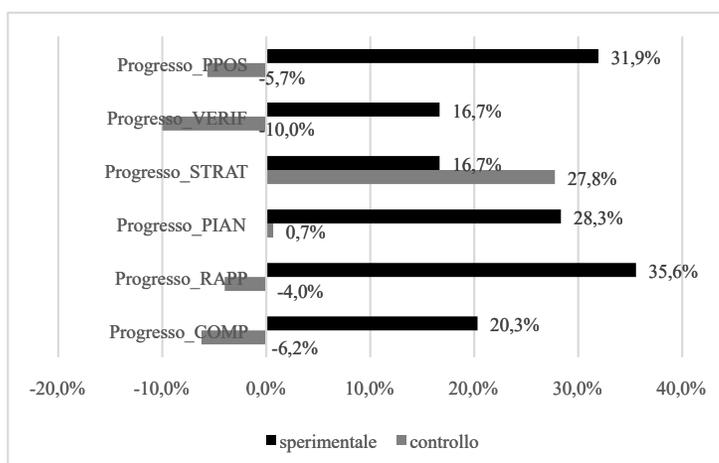


Figura 11 - Progressi degli studenti figli di coppie miste italo-straniere del gruppo sperimentale e di controllo rispetto a comprensione, rappresentazione, pianificazione, strategie di soluzione, verifica e monitoraggio, problem posing.

Se si analizzano gli effetti del miglioramento nel dettaglio per ciascun ambito, si nota che il gruppo sperimentale partiva da una condizione di svantaggio rispetto al gruppo di controllo in tutti gli ambiti ad esclusione delle diverse strategie di soluzione e problem posing. L'effetto minore dell'intervento si ha però proprio rispetto alle diverse strategie di soluzione, mentre è molto alto rispetto alla rappresentazione e al problem posing (Tabella 12).

	Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{Korr} sensu Klauer (2001)
	d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted ($d_{Cohen}^{Post} - d_{Cohen}^{Pre}$)		
Comprensione	-0,329	0,882	1,211	1,375	1,229
Rappresentazione	-0,455	1,126	1,581	1,756	1,578
Pianificazione	-0,193	0,754	0,947	0,883	0,945
Strategie di soluzione	0,047	0,736	0,689	0,869	0,686
Verifica e Monitoraggio	-0,119	1,04	1,159	1,215	1,168
Problem Posing	0,446	2,032	1,586	1,528	1,641

Tabella 12 - Effect size degli studenti figli di coppie miste italo-straniere relativi a ciascun ambito indagato.

6.5. Confronti fra le diverse tipologie (italiani, stranieri, figli di coppie miste)

Analizzando i punteggi complessivi delle varie tipologie di studenti si nota che sia nel pre-test che nel post-test i punteggi più alti sono conseguiti dagli studenti italiani, mentre gli studenti stranieri di I generazione al pre-test fanno registrare i punteggi più bassi che tuttavia migliorano notevolmente nel post-test per il gruppo sperimentale, superando addirittura sia gli studenti stranieri di II generazione, sia gli studenti figli di coppie italo-straniere (Figura 12).

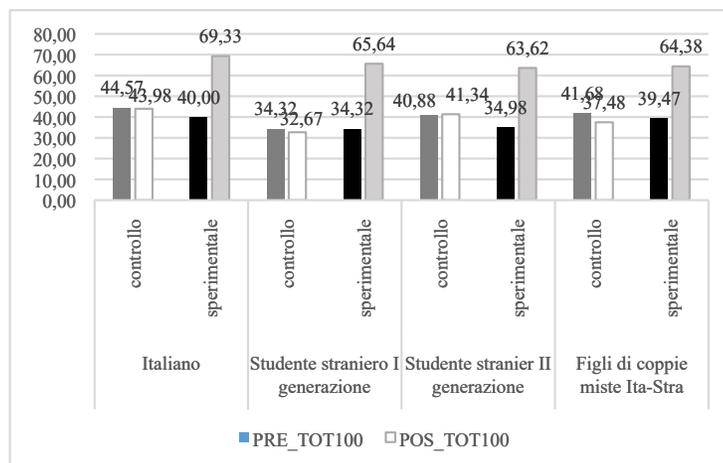


Figura 12 – Punteggi medi complessivi delle varie tipologie di studenti nel gruppo sperimentale e di controllo.

Ciò è confermato anche dall'analisi della Figura 13 in cui sono riportati i valori relativi al progresso di ciascuna tipologia di studente in base al gruppo di appartenenza. Si può notare che gli studenti stranieri di I generazione del gruppo sperimentale ottengono un miglioramento del 31,33%, seguiti dagli studenti italiani (29,32%), dagli studenti stranieri di II generazione (28,64%) e infine dagli studenti figli di coppie miste italo-straniere (24,91%).

Per quanto riguarda il gruppo di controllo, invece, si assiste solo ad un leggero miglioramento da parte degli studenti stranieri di II generazione (4,6%), mentre per le restanti tipologie di studenti si assiste ad un lieve peggioramento dei punteggi, nel post-test rispetto al pre-test.

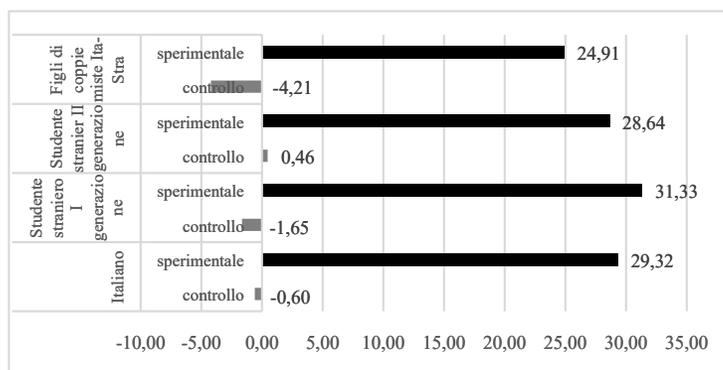


Figura 13 – Progressi complessivi percentuali per tipologia di origine degli studenti e gruppo di ricerca.

La Tabella 13 riporta gli *effect size* complessivi, legati a ciascuna tipologia di studente. Si può notare come l'intervento abbia avuto un effetto maggiore proprio sugli studenti stranieri di prima generazione. Ciò è in linea con quanto emerso anche in altre ricerche che si sono occupate di potenziamento cognitivo e motivazionale con studenti stranieri (Coggi, 2015) e potrebbe essere riconducibile da un lato a variabili motivazionali e dall'altro ad una sottovalutazione iniziale degli esiti di questi studenti legata alla loro scarsa padronanza della lingua. Come già messo in evidenza da altre ricerche (Coggi, 2015), se adeguatamente stimolati, questi studenti possono raggiungere livelli anche più elevati dei loro compagni italiani e stranieri di II generazione.

	Effect Size d_{Cohen}			Effect Size d_{ppc2} sensu Morris (2008)	Effect Size d_{Korr} sensu Klauer (2001)
	d_{Cohen} Pre	d_{Cohen} Post	Adjusted ($d_{Cohen} Post - d_{Cohen} Pre$)		
Italiani	- 0,264	1,104	1,368	1,733	1,534
I generazione	- 0,001	1,773	1,774	2,073	1,772
II generazione	- 0,307	1,138	1,445	1,737	1,497
Figli coppie miste	- 0,139	1,487	1,611	1,813	1,641

Tabella 13 – Effect size dei punteggi complessivi per tipologia di origine degli studenti.

Dalla Figura 14 si evince come tutte le tipologie di studenti beneficiano, anche se in modo diverso, dall'intervento messo in atto nel gruppo sperimentale. In particolare, gli effetti risultano maggiori nella comprensione e nella rappre-

sentazione per i figli di coppie miste, nella pianificazione e nella verifica e monitoraggio per gli italiani, nella produzione di diverse strategie di soluzione per gli studenti stranieri di II generazione e nel problem posing per gli studenti stranieri di prima generazione.

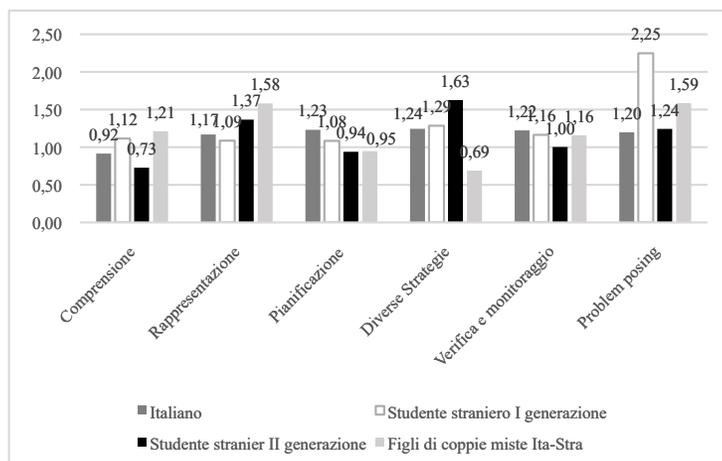


Figura 14 – Effect size adjusted per ambito e tipologia di studente.

Conclusioni

Dai risultati delle analisi presentate emerge come strategie di intervento come quelle delineate nel presente lavoro possono attenuare molte delle difficoltà manifestate dagli studenti nella risoluzione di problemi matematici. L'analisi degli esiti conseguiti dagli studenti nel pre-test e nel post-test evidenzia un'elevata efficacia dell'intervento rispetto al miglioramento delle competenze di problem solving negli ultimi due anni della scuola primaria, in modo particolare per le scuole situate in contesti con alto flusso migratorio.

Più nel dettaglio si può affermare che gli studenti di origine straniera che hanno partecipato alla sperimentazione dell'intervento didattico hanno ottenuto una differenza significativa nel miglioramento delle competenze di problem solving rispetto alla stessa tipologia di studenti che seguono una didattica tradizionale del problem solving.

L'intervento, attuato su tutta la classe risulta essere molto inclusivo, dal momento che consente a tutti gli studenti (italiani e stranieri) di beneficiare ampiamente della sua efficacia.

Riferimenti bibliografici

- Boero, P. (1986). Sul problema dei problemi nella scuola elementare. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*, 9(9), 48-93.
- Calvani, A. (2012). *Per un'istruzione evidence based. Analisi teorico-metodologica internazionale sulle didattiche efficaci e inclusive*. Trento: Erickson.
- Coggi, C. (cur.). (2015). *Favorire il successo scolastico a scuola. Il Programma Fenix dall'infanzia alla secondaria*, Lecce: Pensa Multimedia.
- Cummins, D.D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problem. *Cognition and Instruction*, (8) 3, 261-289.

- De Corte E., Verschaffel, L., De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77, 460-470.
- Di Martino, V. (2015). Favorire la riuscita a scuola degli alunni stranieri: potenziare il problem solving in matematica. In C. Coggi (cur.), *Favorire il successo a scuola: il programma Fenix dall'infanzia alla secondaria* (pp. 301-340), Lecce: Pensa Multimedia.
- Ginsburg-Block, M., Fantuzzo, J.W. (1998). An evaluation of the relative effectiveness of NCTM standards-based interventions for low-achieving urban elementary students. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 560-569.
- Goldin, G.A, Caldwell, J. (1984). Syntax, Content and Context Variables Examined in a Research Study. In G.A. Goldin & C.E. Mc Clintock (cur.), *Task Variables in Mathematical Problem solving* (pp. 235-276), Columbus.
- Hegarty, M., Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684-689.
- Hegarty, M., Mayer, R.E., Monk, C.A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32.
- Hohn, R.L., Frey, B. (2002). Heuristic training and performance in elementary mathematical problem solving. *Journal of Educational Research*, 95(6), 374-380.
- Jitendra, A.K., Griffin, C.C., McGoey, K., Gardill, M.C., Bhat, P., Riley, T. (1998). Effects of mathematical word problem solving by students at risk or with mild disabilities. *Journal of Educational Research*, 91(6), 345-355.
- King, A. (1991). Effects of training in strategic questioning on children's problem-solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 83(3), 307-317.
- Koedinger K.R., Nathan M.J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *Journal of the Learning Sciences*, 13, 129-164.
- Kramarski B., Mevarech, Z.R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310.
- Ku, H., Harter, C.A., Liu, P., Thompson, L., Cheng, Y. (2007). The effects of individually personalized computer-based instructional program on solving mathematics problems. *Computers in Human Behavior*, 23(3), 1195-1210.
- Light, P. (1991). Peers, problem solving and computers. *Golem*, 3(1), 2-6.
- Loftus, E.F., Suppes, P. (1972). Structural variables that determine problem-solving difficulty in computer-assisted instruction. *Journal of Educational Psychology*, 63(6), 531-542.
- Mayer, R.E., Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & R. Ben-Zev (cur.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-53), Mahwah: Erlbaum.
- Ng, S.F., Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40, 282-313.
- Noddings, N. (1983). Small groups as a setting for research on mathematical problem solving. In E. A. Silver (cur.), *Teaching and learning mathematical problem solving* (pp. 345-359), Hillsdale: Erlbaum.
- Resnick, L.B., Ford, W.W. (1991). *Psicologia della matematica e apprendimento scolastico*. Torino: SEI.
- Rittle-Johnson, B., Star, J.R. (2009). Compared with what? The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101(3), 529-544.
- Schleppegrell, M.J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writing Quarterly*, 23, 139-159.
- Selke, D.H., Behr, M.J., Voelker, A.M., Using data tables to represent and solve multiplicative story problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 30-38.
- Terwel, J., Van Oers, B., Van Dijk, I.M.A.W., Van den Eeden, P. (2009). Are representations to be provided or generated in primary mathematics education? Effects on transfer. *Educational Research and Evaluation*, 15(1), 25-44.

- van Boxtel C., van der Linden J., Kanselaar G, (2000). Collaborative learning tasks and the elaboration of conceptual knowledge. *Learning and Instruction*, 10, 311–330.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.
- Webb N. (1979). Content and Context Variables in Problem Tasks. In G.A. Goldin & C.E. Mc Clintock (cur.), *Task Variables in Mathematical Problem solving* (pp. 69-102), Columbus.
- Woodward, J., Beckmann, S., Driscoll, M., Franke, M., Herzig, P., Jitendra, A., Koedinger, K.R., Ogbuehi, P. (2012). *Improving Mathematical Problem solving in Grades 4 through 8*, Washington: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Science (IES) What Work Clearinghouse, U. S. Departement of Education.
- Zan, R. (1998). *Problemi e convinzioni*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Zan, R. (2016). *I problemi della matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Roma: Carocci.